

ι  
<pb>

<pb>

<pb>

<pb>

<pb>

<h>IO. BAPTISTAE  
BENEDICTI

Patritij Veneti Philoſophi.</h>

<h>\_DIVERSARVM SPECVLATIONVM\_  
\_Mathematicarum, & Phyſicarum\_  
Liber.

Quarum ſeriem ſequens pagina indicabit.</h>

<h>AD SERENISSIMVM CAROLVM EMANVELEM  
ALLOBROGVM, ET SVBALPINORVM  
DVCEM INVICTISSIMVM.</h>

<fig>

<h>T<sc>AVRINI,</sc> Apud Hæredem Nicolai Beuilaquæ, <sc>MDLXXXV.</sc>  
\_Superioribus permiſſum.</h>

<pb>

<h it>TRACTATVS QVI IN HOC  
volumine continentur.</h>

<p>Theoremata Arithmetica.</p>

<p>Derationibus operationum perſpectiuæ.</p>

<p>De Mechanicis.</p>

<p>Diſputationes de quibuſdam placitis Ariſt.</p>

<p>In quintum Euclidis librum.</p>

<p>Phyſica, & Mathematica reſponſa per Epiſtolas.</p>

<pb><h>SERENISSIMO

CAROLO EMANVELI

Sabaudiaë Duci, &c.</h>

<p it>\_AG<sc>ITVR</sc>\_ nonusdecimus annus ex quo litte-  
ris Sereniſſimi patris tuæ Celſitudinis, ac-  
cerſitus ex vrbe Parmenſi in banc me ciui-  
tatem contuli. Is aduenientem tam humanè  
excepit, tanta deinde liberalitate fuit com-  
plexus ego viciſſim ei deſeruiendi, tam vebe-  
menti cupiditate fui accenſus, vt ſub eius ditone quodſuper-  
eſſet vitæ agere conſtituerem. Cuius in me benignitas, mea  
in illum obſeruantia mirum in modum mutuo vſu, & conſue-  
tudine eſt adaucta, vt idem Dux me ſecum dum ruſticaretur  
eſſe vellet, ſæpè etiam ſecum pernoctare; quo quidem tempo-  
re de Mathematicis ſcientiſ mecum agebat, in quibus perdi-  
ſcendis mea opera vtebatur, quæſtiones, Arithmeticam, Geo-  
metriam, Opticen, Muſicam, aut Astrologiam ſpectantes  
proponens. Cui vt quod in me eſſet ſatisfacerem, acrius  
quàm anteaſtudia (adquætamen ſemper fui propenſiſſi-  
mus) incubui. Illius q̄ imitatione (vt ferècæteri Principum  
ſtudiimitantur) non pauci aut præſentes, aut per litteras me  
de his, atque illis Mathematicis quæſtionibus conſuluerunt.  
Cùmque ego nunquam laborem amicorum cauſa defugerim,  
euenit vt post tot annorum curricula, mea ſcrinia ſcrutatus,

inuenerim tot abſolutas quæſtiones, vt ex eis corpus mediocre effici poſſe videretur. Quas, cùm rationibus in epiſtola ſubſequenti allatis edere conſtituiſſem, non ſub cuiuſque alterius nomine, & auſpicys quam tuæ Celſitudinis volui apparere; tum quòd patri debitum libellum filio reddere par erat, tum

<pb>

quòd in tuæ Celſitudine paternam in me fouendo, & augendo<?> benignitatem in eſſe ſemper ſum expertus, tum quòd tuæ Celſitudinis interrogatationibus excitatus non pauca quæ hoc volumine continentur, elucubraui. Accedit, quod ego ſemper in his dedicatationibus ſpectandum putauit, tuam Celſitudinem tantò antoſ progreſſus in Mathematicis feciſſe, vt vel idonea æſtimatrix mearum vigiliarum eſſe poſſit. Quare, & veterum Perſarum Regum gloriam æquauit, & nos veluti in ſpem certam fælicitatis buius ſæculi induxit, ſi verum eſt Platonis vaticinium, beatam eam futuram Rempublicam in qua Principes Philoſophentur. Tua igitur celſitudo libellum tot ei nominibus debitum, ea qua ſolet humanitate accipere nè grauetur. Deus tuas omnes cogitationes, & conatus ad fœliciſſimos ſemper exitus perducatur, teſq; diutiſſimè ſeruet incolu- mem.</p>

<pb><h>AD LECTOREM</h>

<p>CV<sc>M</sc> Varijs temporibus permulta in diuerſis diſciplinis contemplatus ſum, partim à præſtantibus viris patronis ac amicis meis excitatus, qui ſuper eis ſententiam meam exquirebant, partim, ab ingenito mihi deſiderio, rationem, & cauſam eorum percipiendi, committendum non putauit, quin qualiacunque meaſcripta in illis ſcientijs, ſtudioſis impartirer, non dubitans quin illis aliquid commodi atque vtilitatis allatura ſint, præſertim cum in eiuſmodi quæſtionibus inueſtigandis atque perpendendis, nemo ( quod ſciam ) hactenus elaborauerit. Nihil enim his libris à me traditum eſt, quod aut legiſſe, aut ab alijs audiuiſſe meminerim, nam ſi aliena attigi, ea, aut cum aliqua differentia demonſtrationis, aut dilucidius ſcripſi, quod ſi forte alius eadem tradidit, aut eius lucubrationes ad me non peruenerunt, aut earum perfectionis memoria excidit. Vt enim etiam Ariſtoteles ipſe ſenſit facile fieri poteſt, vt pluribus, eadem opinionem in mentem veniant. Immo multa ſcribenti euenire poteſt, vt cum iamdiu aliquid ſcripſerit, iam oblitus, idem repetat, quod mihi etiam nonnunquam accidit. In his autem libris non ſuſcepit munus integræ aliquiſ ſcientiæ tradendæ, ne, quæ ab alijs iam tradita ſunt, ipſe inutiliter repeterem, mihiſq; ue viderer ex alienis laboribus laudem voluiſſe comparare. Singularum enim ſcientiarum volumina, iam ab alijs collecta, atque in ordinem ſunt digeſta, & ſi pauciſſimi ſint libri quorum omnes ſententiæ, omniaſq; ue inuenta vnius ſint authoris, excipio Archimedis volumina. Cumque multi ſint, qui vel vnam rem à ſe inuentam in publicum proferre non dubitent, multo magis mihi qui multa excogitauit, & ſi inter ſe hætereogena, atque vtcunque expreſſa, idem

licere sum arbitratus. In his autem meditandis, ex Arithmeti-  
cis quos in pexi, præcipuus fuit Nicolaus Tartalea, quippe quem fe-  
rè omnia ab alijs scripta collegisse constat, nec alios ex præcipuis, quos le-  
gere potui omittendos duxi, inter quos sunt Hieronymus Cardanus, Mi-  
chael Stifelius, Gemma Frisius, Ioannes Nouiomagus, Cuthebertus  
Tonstallus, cæteri; huiusmodi. Quorundam tamen volumina illorum  
qui à Tartalea citantur, vt Leonardi Pisani, Prodocimi, Ioannis Infor-  
tunati, Fratris Lucæ, Petri Borgi, aliorum; ue aliquot in piciendorum,

<pb>

facultas mihi non fuit. Præterea, licet in his libris nonnullæ inueniantur  
propositiones, quæ diiunctam ab alijs habeant rationem, eæ non per-  
nendæ tamen sunt, viam fortasse alicui aperient vltius progrediendi.  
Quemadmodum enim, exempli gratia, ex sub contraria con-  
sectione, sumpta potest fuit diuina illa Planisferij delineation, quæ sub Ptolomæi no-  
mine legitur, & sicuti ex penultima primi Euclidis, quam Pythagoras  
excogitauit propè innumeræ pulchræ consequentiæ in Astronomia, in  
Architectura, in multis; alijs scientijs de sumptæ sunt, immo quemad-  
modum ex singulis propositionibus à nostris maioribus excogitatis mul-  
ta egregia sunt deducta, ita fortasse continget, vt ex mearum muentio-  
num aliqua, non nihil in posterum vtilitatis desumatur. Si quid verò, hic in-  
ueneris, quod tuo genio non arrideat, illa prudenti hominis sen-  
tentia in mentem veniat. \_Quot capita\_, \_tot sententiæ\_, ac per raro con-  
tingere, vt idem omnibus probari, atque placere queat, & perdifficulus  
inueniri hominem cui placeant omnia quæ alteri satisfaciunt. Nec te mo-  
ueat, quod hæc Theoremata siue excogitationes non videas ordine illo di-  
spostas, quo collocari debere existimaueris, tum in Arithmeti-  
cis, tum in cæteris. Cum enim in huiusmodi rebus ordo non sit nece-  
sarius, visum est mihi potest me, sine repræhensione, illum negligere, cum spe-  
culationi, siue inuentioni præcipue adeo mihi incumbendum decreuerim  
vt in collocatione operam ponere, & tempus absumere operæpretium  
non duxerim, quod idem in epistolarum collocatione feci, in quibus per-  
sonarum ad quas scribo nullus ferè graduum ordo seruatus est, nec tem-  
poris, quo sunt scriptæ, quæ sitorum tantummodo ratione habita. Nec  
admirari quenquam velim, quod in speculandis numerorum passioni-  
bus, figuris vtar geometricis, ita enim in 2. libr. fecit Euclides, qui mo-  
dus, eo magis mihi arridet, quo minus est abstractus, \_quoniam oportet in-  
telligentem phantasmata speculari\_, cum præterea perspicuum sit, discretum  
omne, ex continui diuisione aliquo modo oriri, siue actu, siue potentia.  
Deinde si forte meis in deonstracionibus tibi videbor aliquando bre-  
uior, illud in causa fuisse scias, quod ibi ad viros scribebam in his discipli-  
nis exercitatos, quibus satis fuit rem significare. Libuit autem mihi om-  
nes voluminis Arithmetici propositiones potius vocabulo theoremata  
appellare, quam problematum, quia pars earum speculatiua tan-  
tum mea est, & si ex varijs eiusmodi propositionibus etiam operatiuam  
adinuenerim. Quoniam verò multis in locis accidit, vt veritatis iudi-  
candæ causa nece-  
saria mihi fuerit quorundam sententijs aduersari nolim te

<pb>

hoc mihi vitio tribuere, me; hoc nomine carptorem maledicum; ha-  
bere quod alienos errores aperiam, cum potius habenda sit mihi gratia,  
quod in ijs interdum laborans (quæ Antisthenes in disciplinis magis ne-  
cessaria esse dixit, \_vt mala scilicet prius dediscantur\_) falsas opiniones euel-  
lere studeam, veritatem; ostendere, quam omnis philosophus, Aristoteli  
exemplo, pluris quam cuiusvis hominis auctoritatem, aut gratiam  
facere debet. Cum; ue in hoc volumine aliquid eiusmodi legeris  
te oratum volo, vt in iudicando, affectum omnem exuas,  
Sallustianum illud præ oculis habens. \_Omnes qui dere-

bus dubijs consultant, ab odio amicitia, ira, atque  
misericordia vacuos esse decet. Hinc fiet, vt  
non personæ (vt multisolent) sed  
veritati, quæ summo studio di-  
gnissima est, semper po-  
tius faueas. Vale  
nostrisq ue  
labo-  
ribus vtere, si quem inde fructum,  
sicuti spero tuleris, illi præ-  
cipuè habeas gratiam à  
quo omnes fluunt  
scientiæ.

<pb>

<pb><h>IO. BAPTISTAE  
BENEDICTI  
PATRITII VENETI  
SERENISS. CAR. EM.  
ALLOBROGVM DVCIS  
PHILOSOPHI.</h>

<h>\_Theoremata Arithmetica.\_</h>

<p>PRÆCLARE multa veteres mathematici philosophi de nu-  
meris eorumq ue effectibus excogitata posteris tradide-  
runt, quorum cum vix ullam rationem reddiderint, aut  
certè per exiguam, occasione diuersorum problematum  
mihi à Serenissimo Sabaudia Duce propositorum præbi-  
ta, de ijs quæ ab antiquis proposita fuerunt contemplanda  
nonnulla occurrerunt, quæ posteritati comendare non  
inutile arbitratus sum, ne hæ meæ cogitationes intercide-  
rent, & occasionem præberem quamplurimis abstrusa hæc  
indagandi, quæ problematibus & theorematibus inuoluta, vix aliquem qui euol-  
ueret nacta sunt.</p>

<p>Inter cætera vero à me quesita, hoc fuit theorema.</p>

<h>THEOREMA PRIMVM.</h>

<p>INTERROGAVIT me Serenissimus Dux Sabaudia, qua ratione cognosci pos-  
set scientificè & speculatiue (vt dicitur) productum ex duobus fractis numeris,  
quolibet producentium minus esse. Cui respondi, mente & cogitatione conci-  
piendum esse fractos producentes cum fractis productis, non vnus eiu\$demq ue na-  
turæ esse, imò longè diuersæ.</p>

<p>Exempli gratia, fractis numeris propofitis. a. i. et. a. c. quorum integri sint. a.  
b. et. a. d. qui tanquam lineæ cogitentur, apertum fanè esset productum. c. i. fu-  
perficiale futurum, quod nomen caperet à producto superficiali. d. b. generato ex  
vno in aliud totorum linearium, nam si constitueretur. a. i. octauum ipsius. a. b. et. a.  
c. dimidium. a. d. multiplicato. a. i. cum. a. c. produceretur fextumdecimum ipsius.  
d. b. Quare. d. b. esset totum relatiuè ipsius. c. i. non aliquod totum producentium.  
Mirum itaque non est si productum. c. i. minus videatur fuis producentibus, cum  
toto, diuersæ naturæ à primis conferatur, fractum siquidem ab integro eiu\$dem  
naturæ, linearis, superficialis, aut corporeæ denominatur.</p>

<p>Quòd si amplioris cognitionis gratia ex scientiæ præceptis speculari voluerit a@

<pb 2><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

quis, qua ratione fractus numerus. c. i. minor sit in suo integro. d. b. fracto. a. i. in  
suo integro. a. b. aut fracto. a. c. in suo integro. a. d. consideret is quo pacto pro-  
portio. c. i. ad. d. b. minor sit proportione. a. i. ad. a. b. et. a. c. ad. a. d. hac ratione. Ma-  
nifestum est ex prima sexti de quantitate  
continua, aut. 18. septimi Euclidis de di\$cre

<fig>

ta, proportionem ipsius. d. i. ad. d. b. esse sic-  
cut. a. i. ad. a. b. & cum. c. i. minor sit. d. i.  
velut pars suo toto, proportio, c. i. ad. d. b.  
minor erit proportione. d. i. ad. d. b. ex. 8.  
quinti, quare minor erit pariter proportio-  
ne. a. i. ad. a. b. ex. 12. eiusdem vna etiam pro-  
portio. c. i. ad. d. b. minor erit. a. c. ad. a. d.  
ex eisdem causis, medio. c. b. Ex quibus pa-  
tet ratio, cur fracti diuersarum denomina-  
tionum ad unicam reducantur. Cur etiam  
numeros integros in partes fractis similes  
frangere liceat, quæ omnia ex subsequenti  
figura facillè cognoscuntur.</p>

<h>THEOREMA II.</h>

<p>Quævis ratio, cur hi, qui numeros, fractos diuersarum denominationum col-  
ligere volunt, & in summam redigere, multiplicent unum ex numerantibus  
per denominatorem alterius, & postmodum denominatores adinuicem, quorum  
vltimum productum, commune est denominans duorum priorum productorum,  
quæ collecta in summam efficiunt quod quærebatur.</p>

<p>Qua in re sciendum est, denominantes considerari tanquam partes vnius eiusdem  
magnitudinis quantitatis continuæ, linearum (verbigratia) a. b. et. a. d. æqualium  
in longitudine, quarum a. b. in quatuor partes diuidatur, et. a. d. in tres. Quare si colli-  
gere voluerimus duo tertia cum tribus quartis, multiplicabimus. a. c. duo tertia,  
cum. a. b. diuisa in 4. partes, producetur octo partium superficialium, de-  
hinc multiplicando. a. i. tres quartas cum. a. d. diuisa in. 3. partes producet. i. d. pri-  
mis singulis æqualis, nouem partium superficialium, multiplicata deinde a. b. diui-

<fig>

sa in. 4. partes per. a. d. in. 3. diuisa, produ-  
cet. quadratum. d. b. in continuo, in 12.  
partes diuisum, quod erit totum commune  
singulis productis, quorum primum erat. c.  
b. Quare. c. b. ita se habet ad totum. d. b. sic-  
cut. a. c. ad. a. d. ex prima sexti in continuis,  
aut. 18. septimi in discretis quantitibus,  
et. d. i. ad. d. b. sicut. a. i. ad. a. b. ex eisdem  
propositionibus. Collectis deinde parti-  
bus producti. c. b. cum partibus producti.  
d. i. manifestè depræhendetur eiusmodi  
summam componi ex partibus vnius totius  
communis singulis earum.</p>

<pb 3><rh>THEOR. ARITH.</rh>

<h>THEOREMA III.</h>

<p>Cuiusvis fractionis numerus respectu alterius; multiplicare  
debeant numeratores adinuicem & ita etiam denominatores, ex quo produ-  
ctum ex numeratoribus nomen capiat à producto denominatorum.</p>

<p>Huiusmodi causam nosce vis, sume. o. i. & o. u. pro totis denominatoribus, tum. o. e.  
& o. a. pro numeratoribus (exempli causa) sit. o. i. senarius. o. u. quaternarius. o. e.  
quinarius. o. a. ternarius. Si nosce vis quæ sint tres quartæ partes quinque sextarum,  
patet ex regulis practicis oriri quindecim vigesima quarta. Id quomodo fiat, ex  
subscripta figura depræhendetur, memores tamen esse oportet, quodlibet productum  
considerari tanquã superficiem, producentia autem tan-  
quam lineas. In hac igitur figura productum ex totis  
<fig>

linearibus est. u. i. aggregatum ex. 24. partibus, & u. e.  
productum aggregatum ex. 20. Quodita se habebit

ad productum totale. u. i. Sic. o. e. ad o. i. ex prima  
Sexti aut. 18. Septimi, ita. u. e. erunt quinque Sextæ par  
tes. u. i. quarum in proposito exemplo, tres quartæ  
quæritur. Si itaq; multiplicabitur. o. e. c. u. o. a. orietur  
productum. a. e. ita proportionat. u. ad. u. e. Sic. o. a. ad  
o. u. reperitur, ex prædictis rationibus. Quod si statuat  
e. o. a. tres quartas partes esse ipsius. u. o. etiã. a. e. tres  
quartæ partes erunt. u. e. Sed. u. e. quinque Sextæ sunt ip  
sius. u. i. ex quo sequitur bonum esse huiusmodi opus.

### THEOREMA IIII.

CV<sc>R</sc> multiplicaturi fractos cum integris, rectè multiplicent numerantem fra  
cti per numerum integrorum, partiantur q. ue productum per denominant  
fracti, ex quo numerus quæsitus colligitur.

Propter quod mente concipiamus in subsequenti figura, numerum integrorum  
tanquam lineam. a. e. qui, verbigratia, sit denarius, quorum vnusque sit æqualis  
a. i. cogitetur q. ue productum ipsius. a. e. in. a. i. sit q. ue. u. e. quod quidem erit dena  
rius superficialis, constituta prius. a. u. æqualis. a. i. & a. o. sint duæ tertie. a. u. quar  
duarum tertiarum productum in numerum. a. e. sit. o. e. pariter. u. i. vnitas sit Super  
ficialis prout. a. i. vnitas est linearis, quam. u. i. respicere debet productum. o. e. ex  
quo integer superficialis. u. i. erit tanquam ternarius, & productum. o. i. tanquam bi  
narius, & quia quælibet pars è viginti ipsius. o. e. æqualis est tertie parti. u. i. vnita  
tis superficialis; si cupiamus scire quot integræ vnitates sint in partibus. o. e. con  
sultum est eadem diuidere per denominantem. u. i. compositum ex tribus partibus su  
perficialibus, & cum tam linea u. a. quam superficies. u. i. diuidatur in 3. partes qua  
les nosce peropportunum est eiusmodi partitionem numeri. o. e. fieri per numerum  
ipsius. u. i. non. u. a. ex prædictis causis.

IO. BAPT. BENED.

### THEOREMA V.

AL<sc>IA</sc> quoque via prædicti effe  
ctus causa, speculando inno

tecere potest, cuius rei gratia for  
metur sequens figura. e. o. a. u. n.  
eiusmodi, vt a. e. sit numerus li  
nearis integrorum, & o. e. produ  
ctum numerantis ipsorum factor  
in integris, ex quo. a. o. erunt duæ  
tertie, verbigratia, a. i. aut a. u. qua  
rum linearum singulæ statuuntur æqua  
les vnitati lineari, superficies autem  
parallelogramma. u. n. constituitur  
æqualis magnitudinis superficiei. o.  
e. ex quo. u. n. erit nobis cognita su  
perficies. Cognoscetur pariter quan  
titas partium. a. u. quam in propo  
sito exemplo diximus esse trium par  
tium. ex regula igitur de tribus, di  
cemus si. u. a. dat. a. e. sine dubio. o.  
a. dabit. a. n. numerum linearem.  
quæ regula ex 15. Sexti in continuis,  
& ex 20. Septimi in discretis, depro  
mitur. rectè igitur multiplicatur fra  
cti numerantes cum integris, & productum diuiditur per denominant  
fractorum.

### THEOREMA VI.

IT<sc>EM</sc> & alia speculatione cognosci potest hoc rectè fieri, mul  
tiplicantes enim has duas tertias per decem, debemus conside

<fig>

rare quantitatem duarum tertiarum decies produci, ex quo oriuntur 20. tertia, quandoquidem singulæ unitates, tunc pro duobus tertijs sumuntur, sed cum quilibet integer tria fragmenta contineat, ideo ex ratione partiendi quoties ternarius ingrediatur viginti, statim cognoscemus quod optabamus.</p>

<p>Id ipsum accideret si integri in eiusmodi specie factorum diuiderentur. quo facto hi multiplicandi essent cum numerante proposito, & partiendum productum per quadratum denominantis.</p>

<p>Cuius rei hæc est speculatio. Sit linea. a. e. constans ex quinque integris numeris, quorum unusquisque æqualis sit. a. u. vel. a. i. & a. o. sint duo tertia unitatis integræ linearis. cogitemus nunc hos quinque integros diuidi in sua fragmenta linearia, quæ in proposito exemplo erunt 15. multiplicatis iam 15. cum proposito, videlicet a. o. oriatur productum. o. e. triginta fragmentorum superficialium, quorum in singulos integros superficiales cadunt noue in hoc exemplo, & cum notauerimus quoties noue ingrediatur triginta, propositum consequemur.</p>

<pb 5><rh>THEOR. ARITH.</rh>

<h>THEOREMA VII.</h>

<p>CV<sc>R</sc> multiplicaturi integros numeros & fractos, cum integris & fractis, debeant integros reducere ad species factorum, eos colligendo cum fractis: deinde multiplicare hos ultimos numerantes adinuicem & productum partiri per productum denominantium.</p>

<p>Vt (exempli causa) si volumus multiplicare unum & duo tertia, per duo & tria quarta, reducentur omnia in fractos, ex quo una ex parte essent quinque tertia, multiplicanda cum undecim quartis ex altera, quo facto oriretur productum quinquagintaquinque factorum, quod diuisum per productum ternarij in quaternarium, videlicet per duodecim, quatuor integri proferentur cum septem duodecimis fractis vnus integri.</p>

<fig>

<p>Detur subsequens figura in qua linea a. i. æqualis sit lineæ. u. a. quarum unaquæque consideretur pro integro numero: cogiturque . a. i. valere quatuor in præsentibus exemplo, & a. u. tria: detur deinde linea. a. o. æquipollens vni integro cuius duobus tertijs, & a. e. æquipollens duobus integris & tribus quartis. iam si hæc duæ lineæ in suos fractos reducantur, multiplicata (vt in sequenti figura apparet.) a. o. cuius a. e. oriatur productum o. e. factorum superficialium quinquagintaquinque, quorum integer superficialis valeat duodecim, scilicet. u. i. vt cuique manifestum est, ex quo, quærenti media partitione, quoties duodecim ingrediatur quinquagintaquinque, citra errorem, quæsitum occurret.</p>

<h>THEOREMA VIII.</h>

<p>ID<sc>IPSVM</sc> accideret si fracti ad unam eandemque denominationem reducerentur, qui postmodum simul multiplicarentur, productumque ue partiremur per quadratum denominantis communis.</p>

<p>Exempli causa, sint eadem quinque tertia, & undecim quarta adinuicem multiplicanda, quæ si reducantur ad unam & eandem denominationem quaternarius numerans vnus, multiplicabitur cum quaternario denominante alterius, & vndenarius secundum cum ternario denominante primi. ex quo una ex parte essent viginti, ex

<fig>  
altera 33. numerantia vnus communis denominantis, quod esset productum ternarij in quaternarium, videlicet duo-

decim, vt ex veteri regula patet. Iam si multiplicentur viginti cum trigintatribus, dabuntur 660. fracti, quorum integer erit quadratum duodenarium, nempe 144. quibus quidem 660. diuisis per 144. proferentur quatuor integri & septem duodecimi.

Cuius rei gratia sit in subcripta figura linea. a. i. & ei æqualis. a. u. pro integro lineari, quæ. a. i. diuidatur in quatuor partes, & a. u. in tres, & linea. a. e. sit vndecim partium qualium. a. i. est quatuor, & a. o. sit quinque productum. a. u. est trium. nunc multiplicato. a. o. & a. i. orietur productum. o. i. viginti partium superficialium. tum multipli-

IO. BAPT. BENED.

cato. a. e. per. a. u. dabitur productum. u. e. trigintatri-

partium. ad hæc quadratum. u. i. constabit ex duodecim partibus eiusdem rationis cum reliquis duobus productis, quod quadratum. u. i. vnitas est superficialis, & communis denominans duorum productorum.

quod si in præsentiarum cogitabimus lineam. c. d. trigintatrium partium æqualium, et. c. t. duodecim similia, et. c. f. viginti. c. n. duodecim, multiplicato. c. d. cum. c. f. dabitur superficies. f. d. 660. fractorum superficialium, quorum vnitas integra superficialis erit quadratum. n. t. 144. partium cuiusmodi. f. d. partes habet. 660. diuiso itaque. f. d. per. n. t. propositum consequetur. eo quod eadem proportio erit

producti. f. d. ad. n. t. quæ producti eius quod fit ex. a. e. in. a. o. ad. u. i. nam proportio. c. d. ad. c. t. eadem est quæ. a. e. ad. a. i. & c. f. ad. c. n. vt. a. o. ad. a. u. ex prima sexti vel 18. septimi, sed vt. f. d. ad id {quis} fit ex. f. c. in. c. t. est vt. c. d. ad. c. t. & vt eius {quis} fit ex. f. c. in. c. t. ad. n. t. est vt. f. c. ad. c. n. ex dictis propositionibus quare ex æqua proportionalitate, eodem modo discurrendo in figura. o. a. e. ita se habebit. f. d. ad. n. t. vt. o. e. ad. u. i. Porrò ex ijs, quæ hactenus de fractorum multiplicatione considerata fuerunt, aperte ratio deprehenditur, cur productum, singulis producentibus semper minus sit, cum producta sint superficialia producentia verò semper linearia, omnis productis corporeis, quæ omnia ad superficialia reducuntur.

THEOREMA IX.

IN I<sup>PSA</sup> fractorum diuisione, animaduertendum est, denominantes numeros semper æquales inuicem esse debere, vnus scilicet speciei, quod si æquales non fuerint, necesse est via multiplicationis ipsorum denominatorum adinuicem efficere æquales vt sint, ex quo productum oritur eiusmodi, vt aptum sit habere partes fractorum, quæ desiderabantur.

Exempli gratia, si proponerentur diuidenda septem octaua per tria quarta præcipit antiquorum regula, vt ad vnam tantum denominationem reducantur. quare multiplicant denominantes inuicem. ex quo productum in materia proposita oritur triginta duarum partium commune denominans, cuius duo numerantes sunt vigintiquatuor & vigintiocto, producti ex multiplicatione vnus numerantis in denominantem alterius, ex quo dantur vigintiquatuor tamquam tria quarta trigintaduorum, & vigintiocto tanquam septem octaua particularum vniformium, prout ope primæ sexti aut decimæ octauæ septimi in subcripta figura cognosci potest.

THEOR. ARITH.



<p>Sit itaque linea. a. i. diuisa in partes octo, & ei æqualis in longitudine. a. u. in quatuor, productum verò vnus in alteram

<fig>

Ita u. i. trigintaduarum particularum superficialium similibus & æqualibus adinuicem. fit deinde. a. e. septem partibus lineæ. a. i. & a. o. trium partium. a. u. tunc productum. a. e. in. a. u. erit. u. e. particularum superficialium vigintiocto & productum. a. o. in. a. i. erit. o. i. particularum superficialium vigintiquatuor eiuſdem naturæ cum partibus trigintaduabus totius denominantis communis. unde diuiso numerante vigintiocto pernumerantem vigintiquatuor, dabitur vnus cum sexta parte illius vnus.</p>

<h>THEOREMA X.</h>

<p>Pars diuidere vno numero alium numerum, est etiam quodammodo eiuſmodi partem numeri diuisibilis inuenire respectu totius numeri diuisibilis, cuiusmodi est vnitas in diuidente respectu totius diuidentis, partem inquam numeri diuisibilis sic se habentem ad totum numerum diuisibilem sicut vnitas ad totum diuidentem, quod similiter ex regula de tribus præsumamus dicentes, si tantus numerus diuidens dat vnitate, quid dabit numerus diuisibilis, quemadmodum ex. 15. sexti seu. 20. septimi licet speculari, idcirco quotiescunque minorem numerum per maiorem diuidimus, semper qui prouenit fractus est.</p>

<p>Exempli gratia, si cogitaremus lineam. a. e. diuisam in octo partes æquales, quarum vna scilicet vnitas efficit. a. i. & cuperemus eam diuidere in nouem partes, ac scire

<fig>

quoniam a sit nona illius pars; manifestum esset, nonam partem ipsius. a. e. minorem futuram ipsa. a. i. cum. a. i. diminui debeat à sua integritate eadem proportione, qua. a. e. minor reperitur vna linea nouem partium æqualium fingularum. a. i.</p>

<p>Quod ut dilucidè cuius innotescat, hoc etiam modo licebit videre sit linea. n. c. nonnupla ad. a. i. & parallela ad. a. e. dubium non est quin. n. c. maior futura sit ipsa. a. e. iam si earum extrema coniungantur medijs duabus lineis. n. a. et. c. e. quæ simul concurrant in puncto. o. (quod est probatu facillimum) dabuntur certe duo trianguli similes. a. o. e. et. n. o. c. Sit deinde. n. t. vna è partibus ipsius. n. c. quæ. n. t. æqualis erit. a. i. ex præsupposito. ducatur deinde. o. t. quæ intersecet. a. e. in puncto. x. dico. a. x. tanto minorem futuram. a. i. quanto. a. e. minor est. n. c. neque enim dubium esse potest quin proportionem. n. t. ad. a. x. et.

<pb 8><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

n. c. ad. a. e. sint æquales inuicem quandoque

<fig>

dem vnaquæque earum ex triangulorum similitudine æqualis est proportioni. o. n. ad. o. a. itaque. n. t. hoc est. a. i. tanto maior erit. a. x. quanto. n. c. maior est. a. e. unde ficut. a. e. constat octo nonis ipsius. n. c. ita pars. a. x. ipsius. a. e. octo nonis constabit ipsius. a. i.</p>

<p>Hinc patet ratio cur partituri numerum minorem per maiorem collocent minorem supra

virgulam & maiorem infra & zerum ad læuã.</p>

<p>Sciendum eſt præterea diuidere numerum per numerum: eſſe inuenire alterũ latus à quo producitur, ſuppoſito ſemper quòd numerus diuifibilis ſuperſicialis ſit, & rectangulus.</p>

<p>Exempli gratia, ſi proponantur triginta diuidenda per quinarium, nihil aliud erit hæc diuiſio, quam inuentio alterius numeri, qui multiplicatus per quinarium producat triginta ſuperficies rectangulas, huiusmodi verò eſt ſenarius, cuius ſingulæ vnitates ſuperficiales erunt.</p>

<p>Cuius rei gratia ſit ſubſcriptum rectangulum. a. e. triginta vnitatum ſuperſicialiũ, cuius latus. e. n. ſit quinque vnitatum. hinc latus. a. n. erit ſex vnitatum; ita diuidentes rectangulum. e. a. nihil a iud faciemus, quam vt inue-

<fig>  
nia mus quantum valeat latus. a. n. quod erit ſex vnitatum. Sin verò diuiſerimus per latus. a. n. quæremus latus. e. n. quinque vnitatum. ex quo, proportio totius numeri diuifibilis ad numerum qui oritur, erit ſicut diuidentis ad vnitatem, ex prima ſexti, aut. 18. vel. 19. ſeptimi, & permutatim ita ſe habebit diuiſibile ad diuidentem, ſicut numerus qui oritur ad vnitatem.</p>

<p>Partiri igitur nihil aliud eſt, quam inuenire latus rectanguli, quod productum in diuidente, numerum diuiſibilem compl at, ex quo numerus diuiſibilis ſuperſicialis eſt, diuidens autem, & qui oritur, numeri lineares & latera producentia huiusmodi numerum diuiſibilem. nam multiplicare & diuidere opponuntur inuicem, cum autem ex multiplicatione laterum ſiue linearum generatur ſuperficies, ex diuiſione poſtea ipſius ſuperfíciei inuenitur alterum latus. quare mirum non eſt, ſi proueniens ex vna diuiſione (via fractorum) ſit ſemper maius numero diuiſibili.</p>

<p>Exempli gratia, diuidendo dimidium per tertiam partem, reſultat vnus integer numerus cum dimidio pro numero qui oritur. Sit itaque dimidium ſuperſiciale diuiſibile. b. c. cuius totum ſit. b. p. quadratum. tertium verò lineare diuidens, b. n. cuius totum lineare ſit. b. d. quærendum nobis eſt latus. b. s. quod cum latere. b. n. producat rectangulum. n. s. æquale dimidio ſuperſiciali propoſito. b. c. quod ſi ſiat, ex. 15. ſexti, aut. 20. ſeptimi. erit eadem proportio. b. n. ad. b. q. quæ eſt. q. c. ad. b. s. dicemus itaque ſi. n. b. dat. b. q. quid dabit. q. c? certè. b. s. ſed. n. b. eſt tertium lineare et. b. q. lineare integrũ, & b. s. proueniens lineare. & quia. b. c. dimidium ſuperſiciale, producitur à. q. c. dimidio lineari in. q. b. integro lineari. quare cum. n. s. ſit {æ}qualis. b. c. & productum ex. b. n. minori. q. c. neceſſe eſt, vt producat in. b. s. maiore. q. b. quod. q. b. maius eſt. q. c. quod quidem. q. c. ita appellatur ſicut. b. c. quare mirum non eſt ſi proueniens per fractos numeros ex diuiſione, maior ſit numero diuiſibili.</p>

<pb 9><rh>THEOR. ARITH.</rh>

<p>Hinc manifeſte patet quamlibet diuiſionẽ aut partitionem oriri ex regula de tribus, quandoquidem ſinguli diuidentes æquipollent vni integro, & loco illius ſumuntur. Perinde enim eſt diuidere centum per viginti, ac regulã obſeruare de tribus dicẽtes, ſi viginti æquipollent vni, quibus {æ}quiualebũt cẽtum? Hoc autem ex ſubſequenti figura facile deprehendetur, in qua linea. a. b. ſignificat viginti, et. a. o. vnitate lineare, et. a. c. vnitates lineares centũ: o. c. verò centum vnitates ſuperficiales, et. a. d. quinq; vnitates lineares, et. d. b. centum vnitates ſuperficiales, ex quo manifeſtè deprehenditur quòd quemadmodum multiplicare, nihil aliud eſt, quam inuenire productũ ex duobus lateribus propoſitis, ita a partiri nihil aliud eſt, quam dato vno latere inuenire aliud latus producti propoſiti.</p>

<fig>

<p>Nam quotieſcunq; ratiocinãtes dicimus tantundem numeri, immediate produci mus ſuperficiem, mediãte vnitate in huiusmodi numero, qui numerus antequã producat in vnitatem, mente concipiendus eſt tanquam linearis, tanquam linea inquam diuiſa in totidem particulas lineares, ſingulas continuas & æquales vnitati propoſitæ. Cũ verò productus fuerit numerus in vnitate ſuperſicialis, erit ac ſi tot eſſent vnitates quadratæ, quod ſi ita non eſſet, nulla mentio facienda eſſet quo-

rumuis fractorū. Ex eadē regula de tribus reduci potest ad proximū tertium theorema.

Quare cupientes scire quæ sint illæ partes, quæ sunt tres quartæ, ipsarum quinque sextarum, dicemus si quatuor dant tria, quid dabunt quinque; sextæ? dabunt. 15. vigeimas quartas, quæ quindecim sunt tres quartæ ipsius. 20. viginti autem quinque; sextæ vigintiquatuor, quandoquidem nos numerum quærimus, cui ita proportionentur quinque; sextæ alterius numeri, sicut quatuor ad tria, unde sic se habent. 20. ad 15. sicut. 4. ad 3. ipse autem. 20. quinque; sextæ partes sunt vigintiquatuor, ut per se notum est.

Ex eadem regula de tribus, huiusmodi quæsito responderi potest, si constituamus prædictas quinque; sextas esse numerum, cuius tres quartæ quærantur, dicentes, si vnus integer dat tres quartas, quid dabunt quinque; sextæ? quare sequentes regulam de tribus, dabuntur quindecim vigeimæ quartæ. Valet eadem regula de tribus; ut quis scire possit, quæ pars aut partes numeri propositi sit aliquis numerus.

Exempli gratia, scire cupienti, quæ pars aut partes ipsius vigintiquatuor sint sexdecim, constituentur. 24. tanquam vnum totum, cuius pars aut partes sint sexdecim, dicemus igitur si. 24. dant sexdecim, quid dabit vnum? sexdecim videlicet vigeimas quartas, quæ cum ad primos numeros reductæ fuerint, erunt duæ tertiæ. Eadem ratione qui scire uellet, quæ partes aut pars essent tres quartæ, octo nonarum, diceret, si octo nonæ dant tres quartas, quid dabit vnum? prouenient. 27. trigesimæ secundæ.

Subseruit pariter ad sciendum naturam partium numeri propositi. Exempli causa, si quis quærat, cuius numeri, duodecim sint duæ tertiæ partes. Dicit si duo dant tria, quid

IO. BAPT. BENED.

dabunt duodecim? nempe dabunt decem octo, numerum quæsitum scilicet, Tunc autem nil aliud præstamus quam quod quærimus numerum ad quem ita se habeant duodecim, sicut duo ad tria. Ita etiam si quis quærat, cuius numeri duo tertia sint tres quintæ, dicit, si tria dant quinque, quid dabunt duo tertia? nempe dabunt integrum cum fracto nono. Hoc erit itaque; quærerere numerum ad quem sic se habeant duo tertia sicut tria ad quinque, quod manifestum est per se.

Eadem ratione qui scire uellet, cuius numeri duæ septimæ, essent octo integrorum cum duabus quintis, diceret, si duo dant septem quid dabunt octo integra cum duabus quintis? nempe dabunt. 29. integra cum duabus quintis numerum quæsitum. Sic etiam qui transferre uellet fractum numerum in fractum, id perficeret ex regula de tribus.

Exempli gratia si proponerentur unde cum tertiasdecimæ vnus totius, toto diuiso in 13. partes, desideraremus; scire, quot partes totius essent undecim tertiasdecimæ, toto in 4. partes diuiso, diceremus si. 13. dant. 11. quid dabunt quatuor? nempe dabunt tres quartas unius quinque; tertiasdecimis unius quartæ, hoc verò nihil aliud est quam querere numerum, ad quem sic se habeat totum in 4. partes diuisum, sicut idem totum diuisum in tredecim se habet ad undecim tertiasdecimas, Porro ad alia etiam multa hæc regula accommodata est.

Hæc enim non sine proposito dicta sunt, sed ut quis; videat causam similitudinum operationum, quæ à practicis circa fractos numeros scriptæ sunt, omnem à diuina illa regula de tribus originem trahere ut etiam in sequentibus videbimus.

THEOREMA XI.

CV productum ex eo quod oritur in diuidente, semper æquale est numero diuisibili si quæras ita accipe.

Sit numerus diuisibilis. b. quod oritur sit. c. diuidens. d. & vnitas diuidentis. t. cum igitur, ut in præcedenti theoremate dictum fuit, eadem sit proportio. b. ad. c. quæ est. d.

fig

ad. t. manifeste deprehenditur ex. 20. septimi, productum ex. b. in. t. æquale esse producto. c. in d.

THEOREMA XII.

ID ipsa alia ratione contemplari licet.

Numerus diuisibilis significetur per lineam. n. e. diuidens verò per lineam. a. e.

quod oritur linea. u. e vnitas diuidentis. o. e. quã cogitamus e\$e vnitatem linearem; ad hæc productum ex. u. e. in. a. e. \$it \$uperficies. u. a. Dico \$uperficiem. u. a. componi ex tot vnitatibus \$uperficialibus quot linearibus con\$tat linea. n. e. nam ex ijs quæ diuidendi ratione notauimus, cõ\$tituitur eandem proportionem e\$e. n. e. ad. u. e.

<fig>

qu{ae} e\$st. a. e. ad. o. e. At ex prima \$exti aut

18. \$eptimi \$ic \$e habet totale productũ.

u. a. ad partiale. u. o. \$icut. a. e. ad. o. e.

quare \$ic \$e habebit. u. a. ad. u. o. \$icut. n.

e. ad. u. e. \$ed. u. e. et. u. o. numero non differunt, cum \$int vnus & eiu\$dem \$peciei, (tamet \$i numerus. u. o. \$it \$uperficialis et. u. e. linearis). Itaq; ex nona quinti numerus.

u. a. æqualis erit numero. n. e.</p>

<pb 11><rh>THEOREM. ARITH.</rh>

<h>THEOREMA. XIII.</h>

<p>CV<sc>R</sc> diuidentibus numerum diui\$ibilem per proueniens, oritur numerus diuidens?</p>

<p>Sit \$ub\$criptus rectangulus. o. e. numerus diui\$

<fig>

bilis, qui producitur, tam ex. a. o. in. a. e. quã ex. a.

e. in. a. o. quare \$i. a. o. diuidens fuerit. a. e. proueniens erit, \$i verò. a. e. diuidens extiterit, a. o. proueniens erit futurum.</p>

<p>THEOREMA. XIII.</p>

<h>THEOREMA. XIII.</h>

<h>THEOREMA. XIII.</h>

<p>HOcip\$um, alia quoq; uia licebit \$peculari.

Sit linea. a. denotã\$ numerum diui\$ibilem, et. o. primi prouenientis linea. e. primi diuidentis. u. \$ecundi prouenientis ide\$ cum. o. pro diuidente \$umetur. lam ex

indicata definitione diui\$ionis nono theoremate huius libri, dabitur proportio. a.

ad. o. prout datur. e. ad vnitatem \$ignificatam li-

nea. i. & permutatim. a. ad. e. \$icut. o. ad. i. \$ed. a.

<fig>

ad. u. \$ic \$e habet prout. o. ad. i. ex eadem definitione diui\$ionis, itaq; \$ic \$e habebit. a. ad. u. \$icut. a. ad.

e. vnde. u. æqualis erit. e. ex. 9. quinti</p>

<p>THEOREMA. XV.</p>

<h>THEOREMA. XV.</h>

<h>THEOREMA. XV.</h>

<p>VNde prouenit, vt qui velit cogno\$cere cuius numeri quatuor quintæ partes, \$int duæ terti{ae}, aut quid \$imile, cõ\$ulti\$ime faciat, \$i ad unam eandemq;

denominationem reduxerit.</p>

<p>Prout in propo\$ito exemplo, c~u denominã\$ cõmunis \$it quindecim, cuius duæ tertiæ \$unt dec~e, & quatuor quintæ duodecim, cõmunis aut~e denominans. 15. multiplicandus \$it per quatuor quintas, \$cilicet duodecim, & productum diuidendum per duas tertias, hoc e\$st decem, ex quo oriantur decemocto qu{ae}\$itus numerus?</p>

<p>Quod ad reductionẽ numerator~u ad vnam & eandem denominationem attinet, ea de cau\$a fit quo uti po\$\$imus regula de tribus, quæ tribus tantummodo notis terminis indiget, quo quartus à pr{ae}dictis dependens, inueniri po\$\$it, quandoquidem bini illi re\$pectus, tribus terminis comprehendi po\$\$ũt. At quod ad multiplicationem \$pectat dominantis cõmunis c~u numerante dominantis in cogniti & diuisionem producti per numerantem cognitũ ill{ae} nihil aliud \$unt, quam quartũ terminũ inuenire, ita proportionatum tertio, vt \$ecundus primo.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<p>Excempli gratia, \$it. a. denotã\$ numerantem dominantis cogniti, qui \$igni

<fig>

ficetur linea. o. et. e. \$it dominantis incogniti numerans, denotati linea. u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, lam \$i. o. cum. e. multiplicemus, & productum per. a. diuidemus dabitur. u. \$ic \$e habens ad. e. \$icut. o. ad. a. ex. 20. \$eptimi.</p>

<pb 12><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

<h>THEOREMA XVI.</h>

<p>Inuenire autem cupienti cuius numeri, duæ tertiæ, sint quatuor quintæ partes, multiplicandæ eßent duæ tertiæ per denominantem communem, & productum diuidendum per quatuor quintas ipsius denominantis. Ac si quis diceret si. e. dat.

<fig>

o. quid dabit. a? nempe dabit. u. nam in proposito exemplo, terminus. a. loco. e. duos sortietur denominantes, cognitum videlicet. o. et. u. incognitum quod postea cognitum oritur ex regula de tribus, vt dictum est.</p>

<h>THEOREMA XVII.</h>

<p>Qua ratione cognosci poterit proportionem quantitatis centicæ centicæ ad similem quantitatem quadruplam esse ad eam, quæ est suarum radicum; proportionem autem primarum relatarum esse quintuplam, atq; ita deinceps?</p><p>Cuiusrei gratia, sciendus est modus productionis harum dignitatum qui oritur ex productione primæ radice in seipsum, prout qui cubum requirit, ducat radicem in suo quadrato, & oriatur cubus, hæc postea ducta in cubum, quantitatem centicam centicam, et in hanc, prædictam radicem, dabit quantitatem primam relatum. Quod vbi sciuerimus, memini oportet Euclidem decimo octaua sexti aut. 11. octauum docere, proportionem quadrati ad quadratum, duplam esse proportioni suarum radicum, &. 36. undecimum aut. 11. octauum, cubi ad cubum triplam esse, ego verò nunc assero, centicam centicam ad radicem proportionem quadruplam esse, primi verò relati ad primum relatum quintuplam atq; ita gradatim.</p>

<p>Cuius speculationis gratia, detur linea. d. quæ cubum maiorem significet. et. b. minorem. c. verò sit radix ipsius. d. et. e. ipsius. b. ita ordinate adinuicem, vt in sub-scripta figura cernitur. iam. c. cum. d. producatur proueniat q; . q. centicum centicum, tum producatur. e. cum. b. et dabitur. p. alterum centicum centicum. Dico igitur proportionem. q. ad. p. quadruplam esse proportioni. c. ad. e. hac de causa quòd proportio. q. ad. p. componatur ex proportione. d. ad. b. et. c. ad. e.

<fig>

prout facile ex. 24. sexti, aut quinta octauum depræhenditur. Quare cum proportio. d. ad. b. proportioni. c. ad. e. tripla sit, patet proportionem. q. ad. p. quadruplam esse proportioni. c. ad. e. Idem de cæteris dignitatibus dico, fumtis semper. d. et. b. pro duobus centibus centuum, aut duobus primis relatis, aut alio quouis axiome.</p>

<h>THEOREMA. XVIII.</h>

<p>CVR diuidentibus nobis dignitatem, per dignitatem, radix prouenientis: proueniens sit diuisionis vnus radice per alteram?</p>

<p>Sint exempli gratia duæ lineæ. b. q. et. f. g. quæ significant duas radices cuius dignitatis; demus q; ; esse radices duorum quadratorum, quadratum q; ; ipsius b. q. per quadratum ipsius. f. g. diuidatur; quadrata q; ue radix prouenientis sit. d. q. vnitas verò linearis sit. i. g. Dico ipsam. d. q. esse proueniens ex diuisione. b. q. per. f. g. Patet enim ex definitione diuisionis nono theoremate tradita quadra-

<pb 13><rh>THEOR. ARITH.</rh>

tum ipsius. d. q. talem esse partem quadrati ipsius. b. q. qualis quadratum ipsius. g. i. est quadrati ipsius. f. g. Scimus præterea ex. 19. sexti, aut undecima octauum, proportionem quadrati ipsius. b. q. ad quadratum ipsius. d. q. duplam esse proportioni. b. q. ad. d. q. suarum radicum (cuborum enim tripla est & centuum centuum, quadrupla, atq; ita deinceps ex præcedenti theoremate) Id ipsum dico de dignitatibus ipsius. f. g. et. i. g. respectu radicum. f. g. et. i. g. Vnde cum proportio dignitatis ipsius. b. q. ad il-

lam. d. q. {ae}qualis sit proportioni dignitatis

<fig>

ip\$ius. f. g. ad illam. g. i. ex communi \$cien-

tia apertè cogno\$cemus \$implices propor-

tionones e\$\$e inter\$e æquales, nempe eam qu{ae}

e\$t. b. q. ad. d. q. æqualem e\$\$e ei, quæ e\$t. f.

g. ad. i. g. itaq; \$equitur ex definitione diui\$ionis. d. q. e\$\$e proueniens ex diui\$ione.

b. q. per. f. g.</p>

<h>THEOREMA XVIII.</h>

<p>CVR productum ex duabus radicibus quadratis, e\$t quadrata radix, producti

\$uorum quadratorum \$imul?</p>

<p>In cuius rei gratiam, \$int duo quadrata. d. a. et n. o. coniuncta \$imul, prout in \$ub-

\$cripta figura apparet, ita tamen vtangulus. a. n. u. \$itre

ctus, quare ex quartadecima primi, duo latera. n. c. et.

<fig>

n. a. directe conl~ugentur adinuicem, prout etiam reli-

qua duo latera. n. u. et. n. d. Cogitato deinde. a. u. pro

ducto ip\$ius. a. n. in. n. u. duarum videlicet radicum

quadratarum \$imul, dabitur ex prima \$exti, aut de-

cimaottau \$eptimi, productum. a. u. medium propor-

tionale inter quadratum. a. d. et. u. c. quod \$i cogi-

temus has tres \$uperficies, tres numeros e\$\$e, pate-

bit ex vige\$imaprima \$eptimi productum. a. u. in \$e-

ip\$um, quadratum \$cilicet. a. u. æquale e\$\$e producto.

a. d. in. u. c. ex quo propo\$iti euidencia con\$equetur.</p>

<h>THEOREMA XX.</h>

<p>QVA ratione id ip\$um in cubis cogno\$ci poterit.

Sit cubus. l. b. & cubus. o. p. quorum productum \$it. u. g. quod a\$\$ero e\$le

<fig>

cubum, quamuis Eucli. idem probet

in. 4. noni. cuius radicem demon\$tra-

bo e\$\$e numeri æqualis numero. m. q.

qui. m. q. productum e\$t ip\$ius. m. e. in. e.

q. radicum propo\$itorum cuborum. Pa-

tet enim ex præcedenti theoremate. m.

<fig>

<pb 14><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

q. radicem e\$\$e quadratam producti. l. e. in. e. p. quod product\~u \$it quadratuni<?>

corporeum. c. g. cogitemus pariter duo quadrata. l. e. et. e. p. e\$\$e pariter corpo-

rea, tant{ae} profunditatis, quantam, vnitas linearis radicum. m. e. et. e. q. requirit.

Hæc duo corpora producentur à \$uperficie in vnitatem, vocentur\`q . l. x. et. x. p. quo

facto, cogitemus corpus. a. g. tamquam productum cubi. l. b. in quadratum. e. p. Vn-

de ex decimaottau, aut decimanona \$eptimi, eadem erit proportio. a. g. ad. c. g.

quæ e\$t. l. b. ad. l. x. corporeum, \$ed ex. 25. vndecimi & prima \$exti, ita \$e habet. a. K.

ad. K. c. vnitatem linearé \$icut. a. g. ad. c. g. & ex ei\$d\~e ita \$e habebit. b. e. ad. e. x. vnita-

tem linearem, \$icut. l. b. ad quadratum. l. x. corporeum. Itaque \$ic \$e habebit. b. e. ad

vnitatem linearem. e. x. videlicet. K. c. \$icut. a. K. ad ip\$am. K. c. Vnde ex nona quinti.

a. K. æqualis erit. e. b. & con\$equenter æqualis. m. e. lam verò \$it. u. g. productum. l. b.

cubi, in cubum. o. p. vt \$upra dictum e\$t, Hinc patebit ex quauis duarum propo\$itio-

num, decimaottau, aut decimanona \$eptimi, eandem futuram proportionem. u. g.

ad. a. g. quæ e\$t. o. p. ad. x. p. quadratum corporeum. Quare ex po\$tremis, dictis ratio-

nibus, eadem erit proportio. u. K. ad. a. K. quæ e\$t. o. e. ad vnitatem linearem. e. x. at

ex dictis decimaottau & decimanona \$eptimi, ita \$e habet numer<^>9</^>. m. q. ad numer\~u

\$uperficial\~e. m. e. qui {pro}ducitur à lineari. m. e. in vnitaté linear\~e ip\$ius. e. q. \$icut nume-

rus. q. e. ad \$uam vnitaté, \$ed c\~u numerus. a. K. æqualis \$it numero. m. e. vt probat\~u e\$t

erit ergo ex vndecima & nona quinti, numerus. u. K. æqualis numero. m. q. At. f. g.

pariter æqualis e\$t numero. m. q. ex præcedenti theoremate, vnde. K. u. pariter æqua

lis erit. f. g. Itaque sequitur. u. g. cubum esse, & f. g. radicem ipsius, æqualem numero. m. q. quod quærebatur.

<fig>

### THEOREMA XXI.

VT autem in uniuersum sciri potest totum infinitum dignitatum, hoc est radicem producti duarum dignitatum similium, productum esse duarum radicum eandem dignitatum.

Ponamus, exempli gratia, duas radices quadratas. q. p. et. g. K. incognitas, quas qui velit adinuicem multiplicare, cogatur earum quadrata cognita. n. cum. i. multiplicare, quorum productum sit quadratum. m. radix cuius sit. b. d. quam dico æqualé

### THEOREM. ARIT.

producto. q. p. in. g. k. aut sit. o. Patet enim proportio. o. ad. q. p. eandem esse

cum proportione. g. k. ad eandem unitatem linearem, ex decima octaua, aut decima nona septimi, hæc uero unitas linearis sit. t. cuius superficialis sit. u. unitas scilicet toties in seipsum multiplicata quoties propoſita dignitas patitur, tametſi in præſenti exemplo quadrata dignitas sumatur. Itaque; ex eisdem propoſitionibus decima octaua aut decimanona, sic se habet. m. ad. n. sicut. i. ad. u. Scimus præterea proportio. m. ad. n. (eo quod in propoſito exemplo sint quadrata) duplam esse proportioni. b. d. ad. q. p. et ipsius. i. ad. u. pariter duplam proportioni. g. k. ad. t. iam autem dictum fuit sic se habere. m. ad. n. sicut. i. ad. u. Itaque; b. d. sic se habebit ad. q. p. sicut. g. k. ad. t.

<fig>

quandoquidem sic se habeat totum ad totum, sicut pars ad partem, dum similes sint, proba totum autem est superius ita se habere. o. ad. q. p. sicut. g. k. ad. t. itaque; o. sic se habebit ad. q. p. sicut. b. d. ad. q. p. unde. o. æqualis erit. b. d. Hoc ipsum cæteris dignitatibus conueniet, mutatis tantummodo proportionibus. m. n. ad proportionem. b. d. q. p. sic proportionibus duarum dignitatum. i. u. ad proportionem earum radicum. g. k. t.

### THEOREMA XXII.

DOCENT veteres, quod si quilibet numerus in duas partes inæquales diuisus fuerit, totum quod diuisum per unam partium, & per eandem pars altera diuisa fuerit: differentia prouenientium semper unitas erit. quodquidem verissimum est.

Detur enim. b. d. propoſitus numerus in duas partes inæquales diuisus. b. c. et. c. d. & in primis totum. b. d. per. c. d. diuidatur, ex quo oriatur e. o. unitas autem. i. o. significetur, tum pars ipsa. b. c. eadem. c. d. diuidatur, sit quod; prouenies. a. Sanè ex definitione diuisionis, eadem erit proportio. b. d. ad. e. o. quæ est. c. d. ad. i. o. et ita. b. c. ad. a. sicut. c. d. ad. i. o. Ex. 19. autem quinti, ita se habet. b. c. ad. e. i. sicut. b. d. ad. e. o. at. b. d. ad. e. o. sic se habet sicut. c. d. ad. i. o. hoc est sicut. b. c. ad. a. Quare ex. II. quinti sic se habebit. b. c. ad. e. i. sicut. ad. a. ex quo ex. 9. prædicti. a. æqualis erit. e. i. sed. e. i. minor est. e. o.

<fig>

per. i. o. Quare sequitur propoſitum verum esse. Quod ipsum paucis uerbis sic definiri potest, si dixerimus, eiuſmodi diuidens. in parte diuisibili, quâ in toto, semel minus ingredi, quandoquidem altera pars est, ex qua totum integrum perficitur.

### THEOREMA XXIII.

Hoc ipsum alia ratione contemplari po-

<fig>

terimus.

Significetur enim totalis numerus per. a. e.

in duas partes diuisus. a. u. et. u. e. totius autem diuidens sit. u. e. & partis alterius. a. u.

totius verò proueniēs sit. a. c. partis autē, sit proueniēs. a. n. tum differentia sit. n. c. vni

<pb 16><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

tas vero cui differentiā. n. c. æquari dico, sit. a. i. Patet enim in primis, eandem proportionem esse. a. e. ad. a. c. quæ est. u. e. ad. a. i. ex definitione diuisionis, et eandem esse. a. u. ad. a. n. quæ est. u. e. ad. a. i. unde ex.

11. quinti sic se habebit. a. e. ad. a. c. sicut. a.

<fig>

u. ad. a. n. et ex. 19. eiuſdem sic se habe-

bit. u. e. ad. n. c. sicut. a. e. ad. a. c. sed. sic se

habebat. u. e. ad. a. i. Itaque; ex prædicta. 11. quinti, sic se habebit. u. e. ad. n. c. sicut ad. a.

i. Quare ex. 9. eiuſdem. n. c. æqualis erit. a. i. et idcirco. n. c. pariter vnitas erit.</p>

<h>THEOREMA XXIII.</h>

<p>CV<sc>R</sc> quibuslibet duobus numeris diuisis adinuicem, multiplicatisque prouenientibus simul, productum, semper est vnitas superficialis? Nempe ex. 20. Septimi, quoniam vnitas linearis semper media proportionalis est inter bina prouenientia.

Quod ita speculari licet.</p>

<p>Significetur duo propoſiti numeri per. b. p. et. b. d. mutuo diuisi, proueniens au-

tem. b. p. per. b. d. diuisum sit. b. n. tum proueniens. b. d. diuisum per. b. p. sit. b. a.

et. b. t. sit vnitas. b. p. et. b. e. vnitas. b. d. ex quo. b. t. æqualis erit. b. e.</p>

<p>Iam ex definitione diuisionis, dabitur eadem proportio. b. p. ad. b. n. quæ est. b. d.

ad. b. e. et proportio. b. d. ad. b. a. quæ est. b. p. ad. b. t. Sed cum sic se habeat. b.

p. ad. b. n. sicut. b. d. ad. b. e. permutando sic se habebit. b. p. ad. b. d. sicut. b. n. ad. b.

e. hoc est ad. b. t. et cum sic se habeat. b. d. ad. b. a. sicut. b. p. ad. b. t. permutando sic se

habebit. b. d. ad. b. p. sicut. b. a. ad. b. t.

Quare euerſim sic se habebit. b. p. ad.

<fig>

b. d. sicut. b. t. ad. b. a. sed. b. n. ad. b. t. sic

se habebat vt. b. p. ad. b. d. Itaque; ex. 11.

quinti sic se habebit. b. n. ad. b. t. sicut. b.

<fig>

e. ad. b. a. Dictum autem est. b. e. et. b. t. idem omnino esse. Quare ex. 20. Septimi pro-

poſiti veritas innotescet.</p>

<h>THEOREMA XXV.</h>

<p>IDipsum & hac altera uia patebit.</p>

<p>Duo illi numeri per. o. et. u. significantur mutuo diuisi, proueniens autē. o. per.

u. sit. e. et proueniens. u. per. o. sit. x. vnitas uerò per. i. significetur, quas tamen quanti-

tates subſcripto modo ad inuicem diſponi-

to. Itaque; ex definitione diuisionis, eadem erit

<fig>

proportio. o. ad. e. quæ est. u. ad. i. et. o. ad. i. quæ

est. u. ad. x. Quare ex æqualitate proportionū.

c. ad. i. sic se habebit sicut. i. ad. x. erit enim. i.

media proportionalis inter. e. et. x. ex. 20. autē

Septimi propoſitum concludetur. Huiusmodi rei causa etiam est, quod proueniens

diuisionis vnus est numerator æqualis denominatori diuisionis alterius.</p>

<h>THEOREMA XXVI.</h>

<p>CV<sc>R</sc> duobus numeris mutuo diuisis, sicut deinde prouenientibus simul et adinuicem, & per hanc summam, diuisa summa quadratorum dictorum propoſitorū

<pb 17><rh>THEOREM. ARITH.</rh>

nu merorum, proueniat numerus æqualis numero producti duorum primorum numerorum simul.</p>

<p>Sint exempli gratia propoſiti numeri. 2. et. 8. qui mutuo diuisi in primis dent pro-

uenientia quatuor integra, tum quartam partem pro altero proueniente, hæc colle-

cta dabunt summam quatuor integrorum et quartæ partis vnus, summa autem qua-

dratorum binarij & octonarij erit. 68. qui quidem numerus per quatuor & quar-

tam partem vnus diuisus dabit. 16. pro proueniente, quæ. 16. æqualia erunt pro



ducto binarii in octonarium.</p>

<p>Cuius rei hæc erit Speculatio, fint duæ lineæ. o. e. et. o. n. quæ duos numeros propositos significant, inuicem ad angulum rectum. o. coniunctæ, quarum quadrata sint. o. a. et. o. p. ipsorum productum sit. n. e. tum. o. t. sit proueniens ex diuisione. o. e. per. o. n. Hæc singulatim consideremus (nã si in partibus simplicibus quod dicimus acciderit, id ipsum in compositione consequenter eueniet) quamobrem ex definitione diuisionis dabitur eadem proportio. o. e. ad. o. t. quæ est. o. n. ad unitatem, quæ sit. o. x. Nunc cogitemus superficiem rectangulã. o. c. æquali quadrato. o. a. tunc numerus. c. t. proueniens erit, ut patet, ex diuisione numeri quadrati. o. a. per numerum. o. t. eritque eadem proportio. c. t. ad. o. e. quæ est. o. e. ad. o. t. ex secunda parte quintæ decimæ sexti, aut. 20. septimi. Iã autem dictum est. o. e. ad. o. t. sic se habere sicut. o. n. ad. o. x. Itaque; ex. 11. quinti sic se habebit. c. t. ad. o. e. sicut. o. n. ad. o. x. Sed ex prima sexti, aut. 18. vel. 19. septimi, sic se habet productum. n. e. ad. e. x. sicut. o. n. ad. o. x. quare denuo sic se habebit numerus. c. t. ad numerum. o. e. sicut numerus. n. e. ad numerum. x. e. Sed numerus. o. e. cum</p>

<fig>  
numero. x. e. specie idem est, igitur ex. 9. quinti numerus. c. t. numero. n. e. æqualis erit.</p>

<p>Id ipsum de quadrato ipsius. o. n. videlicet. p. o. dico. Nam si proueniens. o. n. diuiso per. o. e. id est. o. i. proportionale respondens ad. o. t. cum. o. t. coniunctum fuerit, et per hæc summam diuisa summa quadratorum. o. a. et. o. p. patet per se proueniens futurum eiusdem numeri. c. t. ipsum. c. t. proueniens semper futurum.</p>

<p>Quo autem lucidius res hæc innotescat. Cogitemus proueniens quadrati. o. p. diuisi ab. o. i. respondentisq;. o. t. esse. i. u. quod via prædicta inuenitur æqualis esse numero. n. e. ex quo consequenter æquale. c. t. cogitato deinde rectangulo. o. u. æquali. o. p. coniuncto. o. c. totum. t. u. æquale erit composito duorum quadratorum. o. a. et. o. p. cum in nullo numerus. c. t. mutetur, tam ex composito. t. u. quã ex simplicibus. o. c. ex quo propositi se se ueritas profert.</p>

<h>THEOREMA XXVII.</h>

<p>Proposuerunt veteres nobile quidem problema, sed quod tamen citra algebraicam effectiorem, aut nescierunt, aut noluerunt dissoluere, quod nihilominus facillimum est.</p>

<pb 18><rh>10. BAPT. BENED.</rh>

<p>Proponunt hi numerum in binas eiusmodi partes diuidendum, ut summa quadratorum dictarum partium, alteri numero possibili proposito æqualis sit, possibile inquam, etenim si eiusmodi numerus propositus, minor esset producto totius primi in suum dimidium, esset huiusmodi factum impossibile. Quod nos exequi cupientes, sumamus primum numerum propositum, quem in se ipsum multiplicemus. ab hoc quadrato deducamus secundum numerum propositum, tum quod remaneret duplicemus, quod duplum denuo iubeo ex eodem primo quadrato detrahi, accepta postea radice quadrata residui & dempta ex priori numero proposito, tunc dimidium residui una pars erit ex duabus primi numeri quæ sita.</p>

<p>Exempli gratia proponantur. 20. diuidenda in duas eiusmodi partes, ut summa quadratorum ipsarum partium æqualis sit. 272. qui numerus maior est. 200. maior inquam dimidio quadrati. 400. ipsorum. 20. hic autem numerus. 272. è quadrato. 400. deducatur, remanebit enim. 128. quod duplicari iubeo, producetur siquidem. 256. quæ pariter deducta è quadrato totali, remanebunt. 144. cuius radicem sumi volo, quæ erit. 12. & dempta ex. 20. priori numero dato remanebit. 8. cuius dimidium erit. 4: pars una ex quæ sitis, quæ ex primo numero proposito. 20. detrahetur, remanebitque. 16. pro altera parte. </p>

<p>Cuius demon\$trationis cau\$a, in primis cogitemus quadratum. a. c. cognitum numeri. a. b. primò propo\$iti, qui cogitetur diui\$us in duo quadrata. d. e. et. e. b. duo-  
\`q ue \$upplementa. a. e. et. e. c. numerus autem \$ummæ duorum quadratorum. d. e.  
b. pro \$ecundo propo\$ito datur; ex quo, \$umma duorum \$upplementorum. a. e. c.  
con\$equenter erit cognita, qu{ae} cum duplicata fuerit, & quatuor hæc \$upplementa<?>  
cogitatione accommodata, prout in  
quadrato. f. g. apparet (quãuis idip\$um

<fig>

proueniret \$i modo Eucl. octaua \$ec\~udi  
aptaretur) æquali quadrato. a. c. ita vt  
cogitatis quatuor \$upplementis numeri  
cogniti in quadrato. f. g. ex con\$equen-  
ti cogno\$ctetur numerus quadrati partia  
lis. h. i. & vna etiam eius radix qua de-  
tracta ex numero. a. b. aut. f. n. (quod  
idem e\$st) primo propo\$iti, relinquetur numerus cognitus duplum. x. k. n. aut. t. b.  
pars vna totius. a. b. ex quo uerum erit hoc meum problema.</p>

<h>THEOREMA XXVIII.</h>

<p>Si quis & aliam rationem perficiendæ

<fig>

huius rei quærat, hoc præ\$tet inuen-  
to numero huius \$upplementi, cum in  
præcedenti theoremate dictum fuerit,  
qua ratione manife\$tetur duplum \$upple-  
menti ip\$ius.</p>

<p>Cogitemus in \$ub\$cripta figura lineam.

a. b. tanquam primum numerum propo\$it-  
um, & productum. a. e. \$upplemento. a. e. primæ præcedentis figuræ æquale \$it,  
ac deinde ordine ab antiquis tradito procedatur, ad quadratum reducto dimidio.  
a. b. videlicet. b. c. quod erit. b. d. ex quo detrahatur deinde. a. e. quare remane-

<pb 19><rh>THEOREM. ARIT.</rh>

bit quadratum. e. d. cognitum, cuius radix æqualis erit. c. t. qua coniuncta dimi-  
dio. c. a. ex quinta \$ecundi Eucli. dabit quod propo\$itum erat.</p>

<h>THEOREMA XXIX.</h>

<p>QV<sc>ID</sc> cau\$æ e\$st, cur \$ubtracto duplo producti duorum numerorum ad inui-  
cem multiplicator\~u ex \$umma \$uorum quadratorum, \$emper quod \$uper  
e\$st duorum numerorum quadratum differentiæ \$it?</p>

<p>Exempli gratia \$i proponerentur duo numeri. 16. et. 4. duplum producti eorum  
e\$set. 128. quò detracto ex \$umma \$uorum quadratorum, nempè ex. 272. rema-  
neret. 144. cuius quadrati radix e\$set. 12. tanquam differentia inter. 4. et. 16.</p>

<p>Id vt\$ciamus, duo numeri propo\$iti, duabus lineis \$ignificantur, maiore. q. g.  
et minore. g. p. directè coniunctis, \$uper quas, totale quadratum extruatur. a. p.  
in quo cogitetur diameter. a. p. et à puncto. g. ducatur parallela. g. n. c. et à pun-  
cto. n. parallela. n. s. r. ex quo duo producta dab\~utur. q. n. et. n. u. \$ingula æqualia pro-  
ducto. q. g. in g. p. et. a. n. et. n. p. duo quadrata dictorum numerorum propo\$it-  
orum, quod \$atis \$uper\`q, probatur quarta \$ecundi Eucli. Cogitemus deinde. n.  
o. æqualem. n. p. et à puncto. o. ducatur. o. m. t. parallela. r. s. et. o. e. ad. n.

c. quare ex allatis ab Eucli. octaua \$ecundi, dabi-  
tur quantitas. m. n. æqualis. q. n. producto. q. g. in  
<fig>

g. p. et quantitas. o. c. minor ip\$o producto, ex  
quantitate quadrati. n. p. ex quo quantitas. m. n. e.  
vna cum quadrato. n. p. æqualis erit duplo produ-  
cti. q. g. in. g. p. \$ed hæ duæ quantitates, \$unt par-  
tes duorum quadratorum dictorum, & quæ \$uper  
e\$st. m. e. quadratum differentiæ vnius numeri pro-  
po\$iti ab altero, prout in \$ub\$cripta figura licebit cui

libet considerare. Itaque veritas hæc manifesta erit.

### THEOREMA XXX.

CV<sc>R</sc> ij qui ex duobus numeris propoſitis maiorem per minorem diuidunt, ſi proueniens per maiorem numerum multiplicauerint, productum æquale erit prouenienti ex diuiſione quadrati maioris numeri per minorem?

Exempli gratia ſi proponantur duo numeri. 20. et. 4. ipſe q̄ ue. 20. per. 4. diuidatur, dabit quinque, tum. 400. quadrato. 20. diuiſo per priorē. 4. dabit. 100. quod proueniens, producto ex. 20. in. 5. primo prouenienti adæquatur.

Cuius ſpeculationis cauſa, ſint duo numeri, qui lineis. x. u. et. x. s. maiore atq; minore ſignificetur, tum. u. x. numerus per. s. x. diuidatur, ſit q̄ ue proueniens. x. n. poſtmodum quadratum. u. x. ſit. x. o. et productum ex. n. x. in. u.

x. ſit. x. e. quod æquale eſſe dico prouenienti ex diuiſione quadrati. o. x. per. s. x. quod ſit. m. Patet enim ex definitione diuiſionis, talem futuram proportionem. u. x. ad. n. x. qualis eſt. s. x. ad vnitatem, & quadratum. o. x. ad rectangulum. e. x. ita ſe ha-

### I O. BAPT. BENED.

biturum, ſicut. u. x. ad. n. x. ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi, quare ex 11. quinti ita ſe habebit. o. x. ad. e. x. ſicut. s. x. ad vnitatem; ſed ſicut ſe habet. s. x. ad vnitatem, ita ſe habet pariter. o. x. ad. m. vnde ex. 11. prædicta ita ſe habebit. o. x. ad. m. ſicut idipſum. o. x. ad. e. x. ita q̄ ue ex. 9. prædicti quinti. m. æqualis erit. o. x. </p>

### THEOREMA XXXI.

CVR propoſito aliquo numero in duas partes inæquales diuiſo, ſi ruſus per quamlibet ipſarum diuidatur, prouenientia tantumdem coniuncta quantum multiplicata efficiant.

Exempli gratia, ſit denarius prop oſitus numerus, per binarium & octonarium diuiſus, prouenientia erunt quinque & vnum cum quarta parte, quæ coniuncta crunt. 6. cum quarta parte linearis, quæ ſi mul multiplicata, pariter erunt. 6. cum quarta parte ſuperficiali.

Cuius ſpeculationis cauſa, totalis numerns, linea. q. p. ſignificetur, eius duæ partes, per. k. maiorem et. u. minorem, ipſa vnitas per. t: proueniens ex diuiſione. q. p. per. k. ſit. q. i. proueniens autem ipſius. q. p. per. u. ſit. q. f. quare ex definitione diuiſionis ita ſe habebit. q. p. ad. q. i. ſicut. k. ad. t. et. q. p. ad. q. f. ſicut. u. ad. t. hoc eſt. q. f. ad. q. p. ſicut. t. ad. u. vnde ex æqualitate proportionũ ſic ſe habebit. q. f. ad. q. i. ſicut. k. ad. u. et conuerſim. Ad hæc in linea. q. p. vnitas, per lineam. q. o. ſignificetur, quo facto, dicamus, ſi. q. p. ad. q. i. ſic ſe habet vt. k. ad. q. o. itaque permutando, ſic ſe habebit. q. p. ad. k. ſicut. q. i. ad. q. o. hoc eſt. k. u. ad. k. ſicut. i. q. f. ad. q. f. (nam. k. u. partes ſunt integrales totius. q. p. et. k. u. ad. k. eſt ſicut. i. q. f. ad. q. f. ex. 18. quinti) Quare ita erit. i. q. f. ad. q. f. ſicut. q. i. ad vnitatem. q. o. ex. 11. quinti

Addatur deinde. q. i. ad. q. f. et. q. i. per. q. f. multiplicetur, cuius multiplicatio-  
<fig>  
nis productum, ſit. x. f. quod probabo æquale eſſe ſummæ. f. q. cum. q. i. Secetur enim linea. q. x. in puncto. s. ita. vt. q. s. æqualis ſit. q. o. ſignetur q̄ ue productum. s. f. quare eadẽ erit proportio quantitatis. x. f. ad. s. f. quæ eſt. q. x. ad. q. s. ex prima ſexti, aut. 18. vel 19. ſeptimi, hoc eſt, ſicut. q. i. ad. q. o. et ex. 11. quinti (vt dictum eſt) ſicut. i. q. f. ad. q. f. ſed numerus. s. f. fuperficialis tantus eſt, quantus linearis. q. f. quare ex. 9. quinti tantus erit (ſu-

perfacialiter) numerus. x. f. quantus  
(lineariter). f. q. i. quod erat pro-  
positum.

**THEOREMA. XXXII.**

CVR numero aliquo in duas partes inæquales diuiso, si rursum diuidatur per  
singulas partes, summa duorum prouenientium per binarium, semper ma-  
ior sit summa prouenientium ex diuisione vnus partis per alteram.

Exempli gratia, si proponeretur numerus. 24. qui in duas partes inæquales diuide

**THEOREM. ARIT.**

retur. 20. scilicet et. 4. certè. 24. per singulas partes diuiso, daretur vnum proue-  
niens sex integra, & alterum vnum & quinta pars, quorum summa esset septem in-  
tegra cum quinta parte, tum altera parte per alteram diuisa, daretur vnum proue-  
niens quinque integrorum & alterum vnus quinti tantum, quorum summa esset  
quinque integra, & vna quinta pars, minor prima reliquorum duorum prouenien-  
tium per binarium.

Cuius considerationis causa, propositus numerus linea. q. p. significetur, eius duæ  
partes lineis. q. x. et. x. p. t. u. q. f. sit proueniens ex diuisione totius. q. p. per. x. p. et.  
q. i. sit proueniens ex diuisione eiusdem. q. p. per. q. x. adhæc. h. m. sit proueniens,  
ex diuisione. q. x. per x. p. et. h. k. proue-  
niensex diuisione. p. x. per. q. x. patet igi-

tur ex. 22. theoremate huiuslibri proue-  
niens. h. m. minus esse proueniente. q. f. per  
vnitatem, & proueniens. h. k. minus proue-  
niente. q. i. per alteram vnitatem. Itaque.

f. q. i. maior erit. m. h. k. per numerum binarium, quoderat propositum.

**THEOREMA. XXXIII.**

QVILIBET numerus, medius est  
proportionalis inter numerum  
cuius

quadrati & vnitatem.

Detur enim numerus propositus,  
qui linea. a. u. significetur, cuiusqua-  
dratum sit. u. n. vnitas linearis sit. i. a.  
et superficialis. o. patebit ex. 18. sexti  
aut 11. octaui proportionem. u. n. ad.  
o. futuram duplam proportioni. u. a.  
ad. i. a. sed. i. a. eadem (specie)  
res sicut, tanta scilicet. a. i. quanta. o. vni-  
tatis est, Itaque proportio numeri. u. n.

ad. u. a. æqualis erit proportioni. u. a.  
ad. i. a. Quare numerus. u. a. inter nu-  
merum. u. n. & vnitatem, medius erit  
proportionalis.

**THEOREMA XXXIII.**

HOCCIPSUM quod diximus & alia ratione speculari licebit.

Propositus numerus, nunc etiam per. a. u. significetur, eius quadratum per.  
u. n. vnitas linearis per. a. i. productum q. a. u. in. a. i. terminetur, sit q. n. i. quare  
n. i. constabit numero superficiali æquali numero lineari. a. u. & ex prima sexti aut.  
18. vel. 19. septimi, eadem erit proportio. u. n. ad. i. n. quæ est. a. u. ad. a. i. sed nu-  
merus. a. u. cum numero. n. i. idem specie est. Itaque medius est proportiona-  
lis inter. u. n. & vnitatem.

**IO. BAPT. BENED.**

**THEOREMA XXXV.**

QVIVIS numerus per alterum multiplicatus, & diuisus, medius est propor-

tionalis inter productum multiplicationis, & proueniens diai\$ionis.</p>

<p>Exempli gratia, \$i. 20. multiplicetur per quinque & inde per quinque diuidantur productum erit. 100. proueniens. 4. inter quos numeros. 20. medius e\$st propotionalis.</p>

<p>Hoc vt \$peculemur, proponatur numerus multiplicandus & diuidendus, qui \$ignificetur linea. u. e. multiplicans autem & diuidens linea. a. u. multiplicationis productum \$it. e. a. proueniens ex diui\$ione \$it. o. e. Nunc proueniens. e. o. per numeru. a. u. diudentem multiplicetur, cuius multiplicationis productum \$it. e. i. quare, eadem erit proportio numeri. a. e.

ad numerum. e. i. quæ e\$st numeri. u. e. ad

<fig>

numerum. e. o. ex prima \$extiaut. 18. vel 19. \$eptimi. Sed cum numerus. u. e. ex.

11. theoremate præ\$entis libri, numero. e.

i. æqualis \$it. verum e\$\$e, quod propo\$itum fuit con\$equetur.</p>

<h>THEOREMA XXXVI.</h>

<p>CVR ij, qui propo\$itum numerum ita multiplicare & diuidere cupiunt, vt productum multiplicationis, tam \$it multiplex prouenienti ex diui\$ione, quam quæritur, rectè \$umant aliquem numerum pro multiplicante & diidente, qui \$it radix quadrata denominantis qu{ae}\$it{ae} multiplicatatis.</p>

<p>Exempli gratia, proponuntur. 20. multiplicanda atque diuidenda, ita vt productum multiplicationis nonuplum \$it prouenienti ex diui\$ione, nempè, vt proueniens, nona pars \$it eiu\$modi producti, quare quadratam radicem ip\$orum nouem, ide\$st denominantis \$umunt, tria \$cilicet, multiplicant igitur & diidunt data. 20. ex quo productum erit. 60. proueniens autem. 6. cum duabus tertijs. & propo\$itum \$equitur.</p>

<p>Cuius \$peculationis cau\$a, \$ignificetur numerus propo\$itus linea. u. e. multiplicans autem & diuidens linea. u. a. productum \$it. e. a. proueniens. e. o. quadratum verò. a. u. \$it. x. a. erit igitur proportio. a. e. ad. e. o. dupla proportioni. a. e. ad numerum. u. e. ex præcedenti theoremate: Adhæc, cogitemus in linea. u. a. vnitatem. u. i. terminentur\`q ; duo producta. e. i. et. x. i. quare eadem erit proportio. a. e. ad. e. i. quæ e\$st. a. e. ad. u. e. numerus enim. e. i. (quamuis \$uperficialis) idem e\$st cum numero lineari. u. e. \$ed. a. e. ad. e. i. \$ic \$e habet \$icut. a. u. ad. u. i. ex prima \$exti aut. 18. vel. 19. \$eptimi, (quod ip\$um dico de. a. x. ad. x. i.) quare proportio. a. x. ad. x. i. hoc e\$st. x. u. {ae}qualis erit {pro}portioni. a. e. ad. u. e. at trige\$imotertio & trige\$imoquarto theoremate probatum e\$st proportionem numeri. a. x. ad vnitatem, duplam e\$\$e proportioni eiu\$dem numeri. a. x. ad. u. x. \$equitur igitur cum dimidia \$int æqualia, tota etiam æqualia e\$\$e: hoc e\$st proportionem numeri.

<fig>

a. e. ad numerum. e. o. æqualem e\$\$e proportioni numeri. a. x. ad vnitatem. Itaque rectè \$umitur numerus. a. u. eiu\$modi vt quadrat\`u</p>

<pb 23><rh>THEOR. ARITH.</rh>

ip\$ius. a. x. tam \$it multiplex ad vnitatem, quam cupimus numerum. a. e. numero. e. o. multiplicem e\$\$e.</p>

<h>THEOREMA XXXVII.</h>

<p>CVR inuenire cupientes duos numeros, quorum quadrata in \$ummam collecta, æqualia \$int numero propo\$ito, & ij\$dem numeris multiplicatis adinuicem, productum alteri numero propo\$ito \$it æquale, rectè \$umant dimidium primi numeri propo\$iti, cui \$umma quadratorum æquari debet, hoc\`q ; dimidium in \$eip\$um multiplicent, vnà etiam alterum numerum propo\$itum in \$eip\$um multiplicent, quod quadratum detrahunt de primo, & re\$idui quadratam radicem, dimidio primi numeri propo\$iti coniungunt, ex qua fumma, quadratam radicem eru\`ut, quæ duobus quæ\$itis numeris maior erit, cuius quadrato de primo numero detracto, & exreliquo erutaradice quadrata, detur minor numerus, duorum qu{ae}-

\$itorum.</p>

<p>Exempli gratia, si proponerentur. 34. pro primo numero cui æquari deberet summa duorum quadratorum, quorum radicum productum æquale esse deberet alteri numero, verbi gratia. 15. iubet antiquorum regula, dimidium primi numeri in seipsum multiplicari, cuius dimidij quadratum erit. 289. è quo si detrahas quadratum secundi numeri, nempe. 225. remanebit. 64. at q; huius si quadratam radicem sumas nempe. 8. quam dimidio primi numeri, nempe. 17. coniungas, dabitur duorum quadratorum numerorum quæritorum maior numerus. 25. hac deinde radice è dimidio detracta, minus quadratum dabitur. 9. scilicet, quorum radices. 5. et. 3. essent ij numeri, qui quærentur.</p>

<p>Cuius speculationis gratia, cogitemus primum numerum, cui quadratorum summa æquari debet, significari linea. a. n. tum concipiamus quæsitam quadratam significari, coniungi modo subscripto. t. b. k. secundum porrò numerum propositum, significari producto. d. b. iam nil superest aliud quam vt quantitates. d. p. et. b. p. quæramus.</p>

<p>Itaque cum in linea. a. n. summæ quadratorum numerus detur, quadratum dimidij. o. a. sit. s. a. quod nobis erit cognitum; sit etiam. a. u. numerus quadrati maioris, et. u. n. minoris, et. a. z. productum vnus in alterum; qui quidem numerus. a. z. æqualis erit

quadrato nume

<fig>

ri. d. b. ex. 19.

theoremate hu-

ius libri. Itaq;

a. z. cognitum

erit, cum eius

radix. d. b. sit se-

cundus numerus

propositus, quæ

minor erit. a. s. ex quinta secundi, aut septima consequentia post. 16. noni Euclidis. iam subtracta quantitate. z. a. è quadrato. a. s. cognoscetur quadratum. t. x.

cuius radix æqualis erit. o. u. ex postremo adductis, itaque cognoscemus. o. u. qui

numerus coniunctus dimidio. o. a. cognito, dabit quadratum. a. u. cognitum, at-

queita. u. n. pariter cognoscetur, & eorum radices consequenter.</p>

<pb 24><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

<p>Hoc ipsum & alia ratione perfici potest, nempe, iuncta summa. k. b: b. d: ec<?>. b. t. alteri rectangulo æquali. b. d. quod sit. b. c. ex quo totum quadratum lineæ. d. k. cognitum erit, atq; ita etiam consequenter eius radicem. d. k. cognoscemus, cuius ope ac producti. d. b. cognoscemus. d. p. et. p. k. prout ex theoremate quadragesimo quinto huius libri patebit.</p>

<p>Michael Stifelius, vndecimo cap. tertij libri, problema eiusmodi proponit,

quod tamen ipse via algebræ dissoluit.</p>

<fig>

<h>THEOREMA XXXVIII.</h>

<p>CVR ij, qui duos numeros inuenire volunt, quorum productum alicui numero proposito æquetur, & quadratorum eorundem differentia alteri numero proposito æqualis sit. Rectè dimidium secundi numeri propositi in seipsum multiplicent, cui quidem numero differentia quadratorum æquari debet; porrò huic quadrato primi propositi numeri, cui æquandum est productum numerorum quæritorum, quadratum adiungant; tum radicem quadratam huius summæ compleat dimidio secundi numeri propositi, ei inquam, cui differentia quadratorum æqualis esse debet, ex quo quadratum maius consurgit, à quo, detracto secundo numero, superest quadratum minus.</p>

<p>Exempli gratia, si proponeretur primo loco numerus. 8. cui æquandum est productum numerorum quæritorum, tum proponeretur numerus. 12. cui, detracto minore à maiore, differentia quadratorum vtriusque quæsitum numeri æqualis esse debet, oportet huius ultimi numeri. 12. dimidium in seipsum multiplicare, fiét-

\q ue. 36. quadratum dimidij, vnde in Summam colligeremus quadratum primi numeri. 8. quod e\$set. 64. quæ cum. 36. efficerent. 100. cuius centenarij radice, nempe. 10. collecta in Summam cum dimidio Secundi numeri, nempe. 6. daretur quadratum maius, nempe. 16. ex quo, detracto Secundo numero, nempe. 12. remaneret quadratum minus. 4.</p>

<p>Cuius Speculationis causa, maius quadratum</p>

<fig>  
incognitum significetur linea. q. g. minus verò pariter incognitum linea. g. i. quare. q. i. eorum differentia, tanquam data remanebit cognita, vna etiam. b. i. et. q. b. sua dimidia; tunc cogitur quadratum. y. g. Super. b. g. et parallelogrammum rectangulum. g. r. designatum, & ita etiam gnomon. u. g. t. prout Sexta Secundi Euclidis proponitur, ex quo quadratum. b. i. nempe. u. t. cognitum erit, sed gnomon æqualis est rectangulo. g. r. ex prædicta, aut ex. 8. post. 16.</p>

<pb 25><rh>THEOREM. ARIT.</rh>

noni, hoc\q; rectangulum. g. r. quadratum est primi numeri propositi ex. 19. theoremate huius libri, itaq; cognitum erit. vna etiam gnomon. u. g. t. cognoscetur, quare totum quadratum. g. y. eius\q; radix. b. g. manifesta erit, cui coniuncta. q. b. data, maius quadratum. q. g. cognoscetur, ex qua. b. g. detracta. b. i. data, cognoscetur. i. g. quadratum minus consequenter, etiam eorum radices notæ erunt.</p>

<h>THEOREMA XXXIX.</h>

<p>AL<sc>IA</sc> etiam ratione idipsum definiri potest, prætermittens antiquorum via, nempe multiplicatis in semetipsis primo & secundo, numeris propositis, quadruplicato\q; quadrato primi, qua Summa coniuncta cum quadrato Secundi numeri, & ex hac altera Summa eruta radice quadrata, ex qua detracto Secundo numero, & è reliquo sumpto dimidio, quod erit quadratum minus, quo detracto ex radice postremo iuncta, Supererit quadratum maius.</p>

<p>Exempli gratia, si proponeretur numerus. 8. cui productum duorum numerorum quæsitum æquandum est, proponeretur idem. 12. cui differentia quadratorum duorum numerorum æqualis esse debet. lubeo primum numerum, nempe. 8. in se ipsum multiplicari, ex quo exurget. 64. pro numero sui quadrati, quod quadruplicari volo, erit\q; productum. 256. quod censendo coniungendum cum quadrato Secundi numeri propositi, nempe. 144. erit\q; Summa. 400. ex qua sumetur radix, scilicet. 20. & ex hac detrahetur secundus numerus. 12. residui\q; dimidium, nempe. 4. pro quadrato minore, quo in Summam collecto cum, 12. dabit quadratum maius. 16.</p>

<p>Cuius Speculationis causa, quadratum maius per lineam. q. g. minus per. g. p. significetur: Super integram autem. q. p. erigatur quadratum integrum. d. p. diuisum, vt quadratum. f. g. vigesimi septimi theorematis huius libri, (idipsum accideret diuiso quadrato modo octauæ Secundi Euclidis) quæ quidem diuisio, est via quatuor productorum. q. g. in. g. p. è quibus vnum sit. g. r. quod erit cognitum ex. 19. theoremate cum sit quadratum primi numeri propositi, ex quo illa quatuor cognita erunt. Iam verò si cogitemus. q. p. sectam in puncto. t. ita vt. q. t. æqualis sit. p. g. dabitur differentia. t. g. cognita, vt radix quadrati. e. o. cum ex præsupposito. r. n. æqualis sit. q. g. et. r. e: g. p. ex quo etiam. q. t.

<fig>

ita pariter. e. n. t. g. æqualis erit. Collecto itaq; quadrato. e. o. ipsius. t. g. cum quadruplo. g. r: cognitum erit quadratum. d. p. ipsius. q. p. quare cognoscetur. q. p. de quo numero detracta differentia quadratorum cognita. t. g. Supererit aggregatum. p. g. et. q. t. cognitum. Quare ex consequenti, dimidium aggregati, nempe. g. p. cognoscetur, tanquam minus duorum quadratorum. cui iuncta. g. t. aut detracta. p. g. ex. p. q. quadratum. q. g. maius cognitum remanebit.</p>

## THEOREMA XL.

CVR ijs, qui volunt duos eiu\$modi numeros inuenire, vt eorum maior minore, numero propo\$ito \$uperet, & productum vnus in alterum, alteri numero propo\$ito ad{ae}quetur, con\$ulti\$imum \$it dimidium primi numeri propo\$iti,

IO. BAPT. BENED.

numerum inquam, cui differentia duorum quæ\$itorum æquanda e\$\$, in \$eip\$um multiplicare, atque huic quadrato, \$ecundum numerum propo\$itum iungere, cui, productum numerorum quæ\$itorum æquale e\$\$e debet, & ex hac \$umma eruere quadratam radicem, quæ coniuncta dimidio primi numeri propo\$iti, dabit maiorem duorum numerorum & ex eadem radice detracto dimidio primi numeri, minorem numerum duorum quæ\$itorum.

Exempli gratia, \$i proponeretur. 12. cui differentia vnus numeri ab altero æquari deberet, tum proponeretur. 64. cui productum multiplicationis duorum quæ\$itorum \$imul æquãdum e\$\$et. Dimidium primi numeri in \$eip\$um multiplicaremus, proueniret'q ; quadrat\~u. 36. cui coniuncto \$ecundo, nempe. 64. totum e\$\$et. 100. ex quo detracta quadrata radice. 10. etip\$u coniuncto \$enario, dimidio primi numeri, & ex eadem detracto eodem dimidio. 6. pro maiore numero proueniret. 16. & pro minore. 4.

Cuius rei \$peculatio hæc e\$. Sit. e. o. differentia cognita duorum incognitorum numerorum. a. o. et. a. e. quorum productum datum \$iue cognitum \$it. a. s: con\$ideremus nunc. e. i. dimidium. e. o. datae differentiae, & ex compo\$ito. a. i. imaginetur quadratum. a. x. in quo protracta \$it. t. u. æquiditans lateri. a. i. & tam ab ip\$a. a. i. remota, quam. x. i. ab. s. e. vnde. t. e. quadratum erit. e. i. dimidiæ \$cilicet differentiae datae. e. o. et. t. n. rectan-

gulum æquale erit rectangulo. n. c. vt cuilibet licet per \$e con\$iderare, vnde \$equitur gnomonem. e. r. t. æqualem e\$\$e producto. a. s. ideo cognitus, qui quid\~e gnomon, \$i coniunctus fuerit quadrato. e. t. cognito ex radice. e. i. cognita (vt dimidia totalis differenti{ae}. e. o. datae) habebimus quadratum totale. a. x. cognitum, & ita eius radicem. a. i. cognitam & reliqua omnia con\$equenter quæ quidem \$peculatio eadem e\$\$. quæ. 6. \$ecundi \$eu. 8. noni Euclidis.

Poteris tamen ex modo & rationibus præcedenti theoremate allatis, hocip\$um concludere.

## THEOREMA XLI.

CVR ij, qui aliquo propo\$ito numero, inuenturi \$unt duos numeros inter \$e differentes, quorum quadratorum \$umma altero numero propo\$ito æqualis \$it, rectè primum numerum propo\$itum in \$eip\$um multiplicant, quod quadratum ex\$ecundo numero detrah\~ut, & dimidium re\$idui \$umunt, quod productum erit multiplicationis duorum numerorum inter\$, in reliquis præcedentis theorematis ordinem \$equuntur.

Exempli gratia, \$i proponeretur. 12. tanquam numerus, cui differentia duorum numerorum quæ\$itorum æquanda e\$, proponerentur præterea. 272. quibus \$umma quadratorum duorum numerorum quæ\$itorum æquari deberet, oporteret \$anè primum numerum, nempe. 12. in \$eip\$um multiplicare, cuius quadrat\~u hoc loco e\$\$et. 144. atque hoc detrahere ex \$ecundo numero, \$upere\$\$et. 128. \$umpto deinde dimidio huiusce numeri, népe. 64. producto in quam duorum numerorum quæ\$ito \~u. Cum hoc. 64. pro\$tea et duodenario primo propo\$ito numero, præcedentis theorematis ordinem \$equeremur.

THEOREM. ARIT.

Quod vt \$peculemus, con\$ideremus \$ub\$criptam figuram, vigefiminoni theorematis figuræ \$imilem, in qua numeri quæ\$iti duabus lineis directè coniunctis. q. g. et. g. p. figificentur, ho



quadrata erit. r. c. et. g. s. quorum summa iterum proponitur, quare etiam cognita. Differentia autem duorum numerorum primo propofita fit. q. i. eius verò quadratum. m. e. quod cognitum est ex sua radice. q. i. quare gnomon. e. n. m. simul cum quadrato minori. g. s. cognitus erit, quæ summa æqualis est duplo. g. r. producto datorum numerorum. Itaque & ipsa. g. r. cognoscitur, nunc si præcedentis theorematis speculationem in reliquis conluerimus propositum consequemur.

#### THE OREMA XLII.

Adhuc etiam & alia ratione id ipsum consequi possemus, non solum quadrato theoremate. Nam subtracto quadrato differentię, numeri primi (inquã) propositi, ex summa duorum quadratorum, nempe ex secundo numero proposito colligendum esset residuum in summam cum prædicto secundo numero, & ex summa hac de sumenda quadrata radix, quæ duorum numerorum summa erit, de qua detracto primo numero, remanebit duplum minoris numeri quæsitæ, cuius dimidio addito primo numero proposito, aut detracto minore inuento ex radice potremo inuenta, dabitur numerus maior, qui quæritur.

Exempli gratia, cum superfuerint. 128. hæc si cum secundo numero nempe. 272. iunxerimus, dabunt. 400. quorum radix erit. 20. de quo numero detracto primo proposito, nempe. 12. supererunt. 8. quorum dimidium erit. 4. quo ex. 20. detracto aut coniuncto. 12. maior numerus orietur.

Cuius rei contemplatio, præcedenti figura aperitur. Nam residuum detractiois quadrati. m. e. ex summa duorum quadratorum. r. c. et. g. s. numerum præbet æqualem duobus supplementis. q. n. et. n. u. ex. 8. secundi Euclidis. qui coniunctus duobus quadratis (quorum summa secundo proposita fuit) cognitionem profert quadrati. q. u. & eius radice. q. p. de qua, detracto primo dato numero, scilicet. q. i. superest. i. p. cuius dimidium nempe. g. p. minor est numerus qui quæritur; residuum verò totius. g. q. maior scilicet.

#### THE OREMA XLIII.

CVR ij, qui volunt duos numeros inuenire, quorum summa æqualis profito alicui numero futura sit, & summa quadratorum maior eorum producto per quantitatem alterius propositi numeri, rectè dimidium primi dati numeri in ipsum multiplicant, quod quadratum ex secundo dato numero detrahunt, sumuntque tertie partis residui quadratam radicem, quam dimidio primi numeri coniungunt, ex quo maior numerus duorum quæsitorum datur, quo ex toto primo detracto, supererit minor.

Exempli gratia, proposito numero. 20. cui æquanda est summa duorum numerorum quæsitorum, datoque; secundo numero. 208. qui semper maior esse debet

#### IO. BAPT. BENED.

quadrato dimidij, prout ex speculatione huiusmodi operis cognoscitur, cuiusquædam est differentia inter summam quadratorum duorum qui quæritur numerorum, simul cum producto eorum radicum. Dimidium numeri. 20. in ipsum multiplicandum esset, quadratumque; detrahendum ex. 208. vt remaneret. 108. quorum. 108. tertie partis quadrata radix esset. 6. quæ si iuncta fuerit dimidio. 20. nempe. 10. daretur maior numerus quæsitus. 16. quo detracto è. 20. darentur. 4.

Cuius speculationis causa, datus primus numerus significetur linea. g. h. in qua maior numerus incognitus sit. g. h. minor verò. b. h. quorum quadrata sint. y. t. et. b. l. in quadrato maximo. g. p. tum productum. g. b. in. b. h. sit. g. c. cogitenturque; duo diametri. q. h. et. g. p. diuisi per medium in puncto. o. per quod duæ lineæ ducantur. f. d. et. k. m. parallelæ lateribus maximi quadrati. Hæ dictum quadratum in quatuor quadrata æqualia diuident, quorum vnumquodque; æquale erit quadrato. g. f. dimidij ipsius. g. h. datæ, quare eorum vnumquodque; cognitum erit. Iterum cogitemus. s. x. per. e. parallelã. g. k. tantum distantem à. g. k. quantum. y. l. ab. g. h. distare inueni-

tur. Cogitetur pariter. z. i. a. per punctum. i. parallela. d. p. quare. a. t. æqualis erit. f. c. et. y. x. æqualis. f. e. et. y. s: b. l. æqualis. Ita Subtractis è duobus quadratis Superius dictis. a. t. y. x. et. b. l. producto. y. b. æqualibus, Supererunt. k. d. et. a. c. x. cognita, tanquam æqualia dato Secundo numero, Sed. k. d. quadratum eſt medietatis. g. f. cognitæ, cognoſcetur igitur reſiduum. a. c. x. vnà etiam ſingulæ tertiæ partes nempe quadrata. o. i. o. c. et. o. e. & radix. b. f. vel. f. s. ſingularum, qua coniuncta dimidio. g. f. rurfus; ab eodẽ deducta, propoſitum conſequemur.

<h>THE OREMA XLIII.</h>

<p>CVR ſi quis cupiat numerum propoſitum in duas eiuſmodi partes diuidere, vt quadratum maioris, quadratum minoris Superet quantitate alterius numeri propoſiti, rectè primum numerum in ſeipſum multiplicabit, & ab eodem Secundum numerum detrahet, reſiduum verò per duplum primi diuidet, ex quo proueniens primi pars minor erit, quæ ex illo primo deducta, partem maiorem proferet.</p>

<p>Exempli gratia, ſi proponantur. 20. diuiſa in duas eiuſmodi partes, vt quadratũ maioris Superet quadratum minoris numero æquali ipſi. 240. oportebit primum numerum, qui quadratus cum fuerit, erit. 400. in ſeipſum multiplicare, & ex hoc quadrato Secundum numerum nempe. 240. detrahere, tunc remanebunt. 160. quæ diuiſa per. 40. numerũ duplũ primo, dabuntur quatuor pro minori numero, à reſiduo verò. 20. deductis quatuor, erunt. 16. pro maiorinnumero.</p>

<p>Quod vt exactè conſideremus, primus numerus propoſitus ſignificetur linea. q. h. diuidendus in duas partes. q. p. et. p. h. tales quales quærimus. Poſtmodum eriga @@r quadratum. q. e. diuiſum diametro. f. h. ductis; p. o. t. et. a. o. c. parallelis lateribus quadrati, dabuntur imaginaria quadrata. c. t. et. p. a. duarum partium. q. p. et. p. h. incognitarum. Ad hæc cogitemus quadratum. u. n. æquale quadrato. p. a. è quadra

<pb 29><rh>THEOR. ARITH.</rh>

to maiore. c. t. extractum quare reſiduum qua-

<fig>

drati. c. p. cognitum erit, quam quantitatem cognitam, cum ſit Secundo loco data, cogitemus detrahi è toto quadrato cognito. q. e. ex quo ſumma duorum Supplementorum. q. o. et. o. e. cognoſcetur, vnà cum quadratis. u. n. et. p. a. duplo ſcilicet. q. a. quo diuiſo per duplum. q. h. aut ſimplex. q. a. per. q. h. ſimplicem, dabitur. a. h. nempe. p. h. minor numerus quæſitus.</p>

<h>THEOREMA XLV.</h>

<p>CVR volentes diuidere numerum propoſitum in duas eiuſmodi partes, vt productum vnus in alteram, alteri numero propoſito æquetur, rectè dimidium primi dati numeri in ſeipſum multiplicant, ex quo quadrato Secundum datum numerum detrahunt, reſidui; radicem ſumunt, qua coniuncta vni dimidio primi numeri, pars maior datur, ex altero verò dimidio deducta, minorem manifeſtabit.</p>

<p>Exempli gratia, ſi numerus partiendus eſſet. 34. alter verò numerus eſſet. 64. cui productum vnus partis in alteram æquale eſſe deberet. Dimidium primi numeri, in ſeipſum multiplicarem, cuius quadratum eſſet. 289. de quo deducto Secundo numero nempe. 64. remaneret. 225. cuius quadrata radix nempe. 15. coniuncta. 17. dimidio. 34. proferet. 32. maiorem partem, deducto; ex. 17. Supereſſet. 2. pars inquam minor.</p>

<p>Cuius ſpeculationis cauſa, primus numerus propoſitus ſignificetur linea. a. d. cuius dimidium. c. d. cognitum erit, vnà etiam eius quadratum. c. f. quo diuiſo per diametrum. e. d. ſupponantur partes ignotæ

<fig>

ip\$ius. a. d. e\$\$. a. b. et. b. d. & à puncto. b.  
duci lineam. b. h. g. parallelam. d. f. et. m.  
h. k. parallelam. d. a. extracta figura \$imi  
li figuræ quintæ \$ecundi Eucli. quare da  
bitur gnomō. l. d. g. æqualis producto. b.  
k. & proinde cognitus, quo detracto è  
quadrato, c. f. remanebit quadratum. g. l.  
cuius radice æquali. c. b. coniuncta. a. c.  
& detracta ex. c. d. partes. a. b. et. b. d. quæ\$itæ dabuntur.</p>

#### <h>THEOREMA XLVI.</h>

<p>CVR propo\$itis tribus numeris, quorum prior in duas eiu\$modi partes diui-  
dendus \$it, ut mutuò diui\$æ, & per \$ummam prouenientium diui\$e \$ecundo  
numero, proueniens vltimum \$it æquale tertio numerorum propo\$itorum. Con\$ul  
ti\$simum \$it \$ecundum numerum per tertium diuidere, ex quo proueniens \$it \$um-  
ma prouenientium è duabus partibus mutuò diui\$is, quam \$ummam \$i quis velit di-  
\$tinguere, rectè po\$\$it medio operationis pr{ae}cedētis theorematis s\~upta vnitate \$uper  
ficiali pro \$ecundo numero di\$tinctis po\$modum prouenientibus, rectè meo iudi-  
cio operabimur per regulã de tribus (quod fuit ab antiquis prætermi\$um) Si dix-

#### <pb 30><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

rimus, \$i \$umma vnus dictorum prouenientium cum vnitate dat primum numerum,  
quid ip\$a eadem vnitas dabit? ex quo propo\$itum oriatur.</p>

<p>Exempli gratia, proponuntur tres numeri, primus. 20. \$ecundus. 34. tertius. 8.  
Iam quærimus diuidere primum. 20. in duas partes quæ mutuò diui\$æ pr{ae}beant duo  
prouenientia, quorum \$umma tanta \$it vt per eam diui\$o. 34. proueniat numerus  
æqualis tertio numero. 8. Quod vt præ\$temus iubet regula \$ecundum. 34. per tertiu-  
8. diuidi, vnde proueniet. 4. cum vna quarta parte, quod proueniens erit \$umma pro-  
uenientium ex diui\$ione duarum partium quæ\$itarum, quæ \$i di\$tinguere volueri-  
mus, præcedentis theorematis methodum \$equemur, vnitate \$uperficiali pro \$ecun-  
do numero propo\$ito \$umpta, ac \$i diceremus, diuidatur. 4. cum vna quarta parte  
in duas eiu\$modi partes, vt productum vnus in alteram \$it vnitas \$uperficialis, cer-  
tè fractis integris cum quarta parte coniungendis, darentur vnitatis decem\$ep-  
tæ lineares, verum cum nece\$\$e \$it, ex præcedenti theoremate, dimidium in  
\$eip\$um multiplicare, e\$\$et\`q ; dimidium. 8. quartarum partium cum octaua, com-  
modius totum con\$tituetur. 34. octauarum, quarum dimidium, nempe decem\$ep-  
tem octauæ, in \$eip\$um multiplicatum erunt. 289. \$exage\$imæ quartæ vnus integri  
\$uperficialis, quandoquidem integr\~u \$uperficiale, cuius vnitas linearis in. 8. partes  
diuiditur e\$\$. 64. vt ex primo theoremate huius libri depræhendi pote\$. Nunc vni-  
tate hac \$uperficiali, nempe. 64. ex. 289. detracta, \$upererit. 225. cuius radix qua-  
drata, \$cilicet. 15. coniuncta dimidio dictorum prouenientium, nempe. 17. dabit  
maius proueniens. 32. detracta\`q ; ex altero dimidio, dabit proueniens minus. 2. hoc  
e\$\$. pro maiore proueniente. 32. octauas, & pro minore duas, quatuor \$cilicet inte-  
gros pro maiore, & quartam partem vnus integri pro minore. Nunc \$i ex regula  
de tribus dixerimus, \$i. 4. iuncta vni, nempe. 5. dant. 20. primum numerum, quid  
dabunt. 4. integra (proueniens inquam maius) dab\~ut certè. 16. partem maiorem.  
Tum \$i dixerimus, \$i quarta pars coniuncta vnitati dat. 20 : quid dabit quarta illa  
pars (hoc e\$\$. proueniens minus) dabit {pro}fectò quatuor \$cilicet minor\~e partem, quod  
ab antiquis certè ignoratum fuit, qui, inuentis prouenientibus quieuerunt, ne-  
\$cientes ijs vti ad inueniendas duas primi numeri partes.</p>

<p>Cuius \$peculationis gratia, demus primum numerum \$ignificari linea. e. u. cuius  
partes. e. a. & a. u. \$int quæ quæruntur, alter verò numerus \$ignificetur linea. b.  
d. tertius linea. g. f. proueniens a\~ut diui\$ionis. e. a. per. a. u. \$it. n. t. diui\$ionis a\~ut. a. u.  
per. a. e. \$it. t. o. \$umma erit. n. t. o. vnitas verò. n. i. et. o. i. Iam \$i numerus. f. g. tertio  
propo\$itus ex diui\$ione \$ecundi per. o. t. n. proferri debet. Ex. 13. theoremate patet,  
quòd \$i. b. d. per. g. f. diui\$erimus, proferetur. o. t. n. qui cum fuerit inuentus, \$ummã  
e\$\$e oportet duor\~u prouenientiu, ex diui\$ione mutua duor\~u numerorum, nempe.  
a. e. per. a. u. et. a. u. per. a. e. deinde manife\$sum e\$\$. ex. 24. aut. 25. theoremate eor\~u  
productum (multiplicatis prouenientibus adinuicem) vnitatem \$uperficialem futu

ram e\$\$e. Hactenus igitur, totum. o. n. ex doctrina præcedentis theorematis diuiditur in puncto. t. ita vt productum. o. t. in. t. n.

\$olam vnitatem \$uperficialem cõtineat, quo  
<fig>

facto, \$i, vt antedictum e\$t, cogitauerimus. n.  
t. proueni~es e\$\$e ex diui\$ione. e. a. per. a. u. et.  
t. o. proueniens ex diui\$ione. a. u. per. a. e. p-  
tebit ex definitione diui\$ionis, quod eadem  
erit proportio. a. e. ad. n. t. quæ e\$t. a. u. ad vni-  
tatem. n. i. et. a. u. ad. o. t. eadem quæ e\$t. e. a.

<pb 31><rh>THEOREM. ARITH.</rh>

ad vnitatem. o. i. permutando\`q ; e. a. ad. a. u. \$icut. t. n. ad. n. i. & componendo. e. a. u.  
ad a. u. \$icut. t. n. i. ad. n. i. & euer\$im. e. a. u. ad. e. a. vt. t. n. i. ad. t. n. Quare, ex. 20. \$epti-  
mi, recte vtimur regula de tribus. Idem & de altera parte dico, quamuis qui vnam  
teneat, alteram quo que habiturus \$it. Non mirum tamen \$i huiusmodi problema  
ab antiquis definitum non fuerit, qui hanc vltimam partem non cognouerunt.</p>

<h>THEOREMA XLVII.</h>

<p>CVR duobus numeris mutuò diui\$is, \$i per \$ummam prouenientium, produ-  
ctum vnus in alterum multiplicetur, vltimum productum, \$ummæ quadra-  
tn@@m duorum numerorum æquale futurum \$it.</p>

<p>Exempli gratia, propo\$itis. 16. et. 4. mutuò diui\$is, \$umma prouenientium erit.  
4. integrorum cum quarta parte, qua \$umma multiplicata cum producto primor~u  
numerorum, nempe. 64. dabuntur. 272. integri \$uperficiales, qui \$ummæ quadra-  
torum duorum numerorum æquantur.</p>

<p>Hoc vt con\$ideremus, duo numeri partibus. a. e. et. e. i. in linea. a. i. \$ignificentur,  
quorum productum \$it. e. d. & quadrat~u ip\$ius. a. e. \$it. e. p: ip\$ius verò. e. i. \$it. e. q. pro-  
ueniens a~ut ex diui\$ione. e. i. per. a. e. \$it. o. u. proueniens a~ut. a. e. per. e. i. \$it. o. t. quo-  
rum \$umma \$it. o. u. t. tum productum. e. d. linea. u. n. \$ignificetur ad angulum rect~u  
coniuncta in puncto. u. extremo ip\$ius. o. u. t. productum a~ut. u. o. t. in. u. n. \$it. n. t. lam  
probandum nobis e\$t. n. t. æqualem e\$\$e \$ummæ duorum quadratorum. q. e. p. Quod  
\$ingillatim probo, & a\$\$ero productum. o. n. æquale e\$\$e quadrato. q. e. & product~u.  
s. t. quadrato. e. p. Nam ex. 35. theoremate patet numerum. e. i. medium e\$\$e pro-  
portional~e inter. e. d. et. o. u: cum numerus. e. i. ex præ\$uppo\$ito ab. e. a. multiplicetur  
& diuidatur, cuius multiplicationis produ-  
ctum e\$t. d. e. nempe. u. n. & proueniens ex  
<fig>

diui\$ione e\$t. o. u: quare ex dicto theorema-  
te. e. i. media proportionalis e\$t inter. u. n. et.  
u. o. Itaq; productum. o. n. æquale e\$t qua-  
drato. e. q. ex. 16. \$exti vel. 20. \$eptimi. Idem  
dico de producto. s. t. n~epe æquale e\$\$e qua-  
drato. e. p. quandoquidem numerus. a. e. ab  
e. i. multiplicatur ac diuiditur, cuius multi-  
plicationis productum e\$t. d. e. nempe o. s. &  
proueniens ex diui\$ione. o. t. inter quæ ex.

35. theoremate. a. e. media proportionalis  
e\$t. Quare ex allatis propo\$itionibus product~u. s. t. æquale e\$t quadrato. e. p. \$ed tot~u  
productum. n. t. \$umma e\$t duorum productorum. o. n. et. s. t. ex prima \$ecundi Eucli.  
Itaque verum e\$\$e quod dictum e\$t, con\$equitur.</p>

<h>THEOREMA XLVIII.</h>

<p>CVR \$i quis maiorem duorum numerorum \$ola vnitate inter \$e differentium,  
per minorem diuidat, maiorem\`q ; per proueniens multiplicet, productum,  
s~umæ ip\$ius maioris cum eodem proueniente æquale erit.</p>

<p>Exempli gratia. 10 per. 9. diui\$o, datur vnum cum nona parte, quo multiplica-  
to per proueniens, ip\$o nempe. 10: datur productum. 11. cum nona parte, tantum \$ci

<pb 32><rh>I. O. BAPT. BENED.</rh>

licet quanta Summa eSt maioris cum proueniente.</p>

<p>Cuius Speculationis cauSa, maior numerus Significetur. a. i. et minor linea. a. o. ex quo ex præSupoSito. o. i. vnitas erit. Sit autem proueniens ex diuisione. a. i. per. a. o. a. e: quod. e. a. directè coniungatur ipSi. a. i. et productum. a. i. in. a. e. Sit. u. i. Probabo numerum Superficiale. u. i. æqualem eSse lineari. i. a. e. quare meminiSse oportet, decimotertio theoremate probatum fuiSse, quod Si numerus diuisibilis per proueniens diuidatur, proueniens futurus Sit numerus diuidens, quare. a. o. erit proueniens ex diuisione. a. i. per. a. e. & ex deSinitione diuisionis ita Se habebit. e. a. ad. a. i. Sicut. o. i. ad. o. a. & componendo ita. e. i. ad. a. i. Sicut. i. a. ad. o. a. quare. a. i. erit media pportionalis inter. e. i. et. a. o. Sed. a. i. non modò diuisa n~uc cogitatur ab. e. a. ex quo Sit proueniens. a. o. Sed etiam per eandem. e. a. multiplicata, ex quo productum oriatur. u. i. Itaq; ex. 25. theobemate. a. i. media eSt propportionalis inter. u.

<fig>

i. et. a. o. Quare. ex. 11. quinti. eadem erit proportio. u. i. ad. a. i. Sicut. e. i. ad eandem.

a. i. Igitur ex. 9. prædicti numerus. u. i. æqualis erit numero. e. i. quod erat propositum.</p>

<h>THEOREMA XLIX.</h>

<p>IDipStim etiam alia ratione conSiderari poteSt.</p>

<p>Linea. u. a. Secetur in puncto. t. ita vt. a. t. æqualis Sit vnitati. o. i. & media paralela. t. n. terminetur productum. t. i. quod conStabit æquali numero, quamuis Superficiali, numero. a. i. tametSi lineari. Tumparallela ducatur à puncto. o. ipSi. a. u. terminetur\q; productum. o. u. ex quo bina producta dabuntur. u. o. et. t. i. inter Se æqualia ex. 15. Sexti aut. 20. Septimi cum ita Se habeat. a. i. ad. a. u. Sicut. a. o. ad. a. t. Sed. a. i. ad. a. o. permutando Sic Se habet Sicut. a. u. ad. a. t. & ex prima Sexti aut. 18. vel. 19. Septimi Sic Se habet. u. i. ad. u. o. Sicut. a. i. ad. a.

<fig>

o. hoc eSt. u. i. ad. t. i. ope. 11. quinti. Iam ex definitione diuisionis ita Se habet. a. e. ad. a. i. Sicut. o. i. ad. o. a. & componendo. e. i. ad. a. i. Sicut. i. a. ad. o. a. Itaque ex prædicta. 11. Sic Se habebit. e. i. ad. i. a. Sicut. u. i. ad. t. i. Sed. t. i. numero conStat æquali. a. i. quare ex. 9. quinti numerus. u. i. numero. e. i. æqualis erit.</p>

<h>THEOREMAL.</h>

<p>CVR diuidentes numerum propositum in duas eiuSmodi partes, vt product~u vnus in alteram cum i p\$arum differentia in Summam collectum, æquale Sit alicui alteri numero maiori primo. Rectè primum ex Secundo detrahunt, reSiduum verò conSeruant, tum ex primo Semper binarium deSumunt, dimidium\q; conSeruant, alterum verò dimidium in SeipSo multiplicant, & ex quadrato numerum conSeruatum eruunt, reSidu\q; radicem ex dimidio conSeruato, quod vltimum reSiduum propositi numeri quæSita pars minor eSt.</p>

<p>Exempli gratia, Si proponatur numerus. 20. ita diuid~edus, vt product~u vnus partis in alteram, cum partium differentia collectum in Summam, æquale Sit proposito

<pb 33><rh>THEOR. ARITH.</rh>

numero, verbi gratia. 92. præcepit regula detrahi primum numerum ex Secundo, nempe. 20. ex. 92. cuius reSiduum, Scilicet. 72. conSeruetur, tum detrahi iubet binarium ex primo, Sic in proposito exemplo remanebunt. 18. huius autem. 18. dimidium in SeipSum multiplicari iubet, quod cum Sit. 9. datur numerus. 81. ex quo. 81. primum numerum conSeruatum, nempe. 72. vult regula detrahi, Sic remanebit. 9. tum huius. 9. quadrata radix detrahenda eSt ex dimidio ipSi. 18. quod fuit ante quadratum, Sic Supererit. 6. hoc eSt. 9. excepta radice quadrata, qui. 6. erit minor pars quæSita, maior verò. 14. quarum productum. 84. coniunctum cum partium differentia præbet exactè. 92.</p>

<p>Cuius rei hæc eSt Speculatio. Primus numerus minor, qui proponitur diuisibilis Significetur linea.q.g.maior vero linea. x. tum cogitemus. q.g. diuisam, cuius maior

pars sit. q.o. minor. o.g. differentia. q.p. ex quo. p.o. æqualis erit. o.g. sit autem productum. b. o. Oportet igitur, ut. b.o. simul cum differentia. q.p. æquale sit numero.x. secundò proposito, qui notus est, quare etiam summa producti. b. o. cum differentia q.p. cognita erit, ex qua detracto primo numero. q.g. residuum cognitum erit, nunc igitur quodnam erit hoc residuum? attendamus qua ratione ex summa. b.o. et.q.p. detrahenda sit. q.g. In primis si subtraxerimus ex dicta summa. q.p. quæ pars est. q.g. supererit detrahenda. p.g. ex.b o. pars inquam ipsius. q.g. quod fiet quotiescunque cogitauerimus. q.o. duabus vnitatibus diminutam, et per. o.g. multiplicatam, sit autem productum. b.e. nam cum. o.g. toties. b.o. ingrediatur, quot sunt in. q.o. vnitates ex prima sexti aut. 18. vel. 19. septimi, detrahenda q ; sit. p.g. ex. b.o. quæ. p.g. dupla est. o.g. patebit. o.c. æqualem esse. p.g. fuerit ita que. b.e. productum. q.e. in. e.

<fig>

i. cognitum, eritis autem ex. q.g. ipsedem duabus vnitatibus, remanebit. q.i. nobis nota, ex quo. e.i. æqualis erit. e.c. Cum igitur productum. q.e. in. e.i. cognoscamus simul cum. q.i. si uoluerimus partes. q.e. et. e.i. cognoscere, utemur. 45. theoremate huius libri, & propositum obtinebimus, nam cognoscemus. e.i. & ex consequenti. o.g. eius æqualem.</p>

<h>THEOREMA LI.</h>

<p>DI<sc>VIDERE</sc> numerum in duas eius modi partes, quæ pro medio proportionali alterum numerum propositum recipiant, primi dimidio minorem, aliud nihil est, quàm binas primi numeri partes inuenire, quæ inter se multiplicatæ quadrato secundi numeri numerum æqualem proferant, ex. 16. sexti aut. 20. septimi, quod tamen. 45. theoremate fuit à nobis speculatum.</p>

<h>THEOREMA LII.</h>

<p>CVR propositis tribus numeris quibuscunque, si productum primi in secundum per tertium multiplicetur, atque secundum hoc productum corpore u, per primum numerum diuidatur, proueniens erit numerus æqualis producto secundi in tertium.</p>

<p>Exempli causa, proponantur hi tres numeri. 10. 11. 12. multiplicentur q ;. 10. c u.

<pb 34><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

11. dabuntur. 110. quo producto multiplicato cum. 12. dabuntur. 1320. hoc proueniens per primum nempe. 10. diuisum dabit. 132. numerum æqualem producto secundi in tertium numerorum propositorum, scilicet. 132.</p>

<p>Hoc ut speculemur, primus numerus significetur line a. o. u. secundus. e.o. tertius. e.a. productum verò. o.u. in. o.e. sit. o.i. ipsius verò. o.i. per. e.a. productum corpore u sit. i. c. tum

<fig>

productum. e. o. in. e. a. sit. e. c. Dico nunc quod diuiso numero corporeo. i.c. per primum. o.u. proueniens æquale erit numero producti. e.c. Quare in primis cogitandum est, quod cum productum. i.c. ortum fuerit ex multiplicatione. o. i. in. e.a: dictum. o.i. toties ingrediatur. i.c. quoties vnitates reperitur in. e.a. eadem ratione, toties. e.c. in. i. c. quot vnitates erunt in. o.u. Itaque sequitur quòd diuiso. i.c. per o.u. proueniens sit e.c. corporeum, æquale nihilominus producto. e.c. superficiali.</p>

<h>THEOREMA LIII.</h>

<p>CVR diuidens propositum numerum in tres partes sic se habentes ut productum primi in secundam, in tertia multiplicatum, præbeat numerum alteri numero proposito æqualem. Rectè secundum numerum per quemcunque alium minorem primo diuidit, qui diuidens vna erit ex tribus partibus quæ sitis, proueniens autem erit productum vnius in alteram reliquarum duarum, quarum summa cogni

ta erit, detracto numero diuidente ex primo dato, quam quidem si distinguere quis voluerit, vtetur theoremate. 45.

Exempli gratia, proponitur numerus. 20. in tres partes diuidendus, quæ sic se habeant, ut productum primæ in secundam in tertia multiplicatum det. 90. itaque sumenda erit pro prima vna pars ipsius. 20. quæcunque illa sit, verbi gratia. 2. quæ secundus numerus, nempe. 90. diuidatur, dabitur igitur. 45. quod erit productum cæterarum partium inter se, quarum summa est. 18. quam summam si distinguere volueris in cæteris duabus partibus separatis, vteris. 45. theoremate, vt quàm citissimè quod cupis exequaris, erunt autem partes. 3. et. 15.

In cuius speculationis gratiam nihil aliud occurrit, quàm quod præcedenti theoremate, & superiore. 45. allatum est.

THEOREMA LIIII.

DIVIDERE numerum in. 3. eiusmodi partes, vt quadratum vnus sit æquale producto reliquarum duarum inter se, idem omnino est cum 51. theoremate.

Nam qui summet quamlibet partem propositi numeri, quæ tertia parte maior tamen non sit, residuum in duas tales partes diuiserit, vt prima sumpta, media proportionalis sit ex probatione. 51. theoremate allata, propositum consequetur.

THEOREMA LV.

Ipsi alia ratione ab ea diuersa quæ. 51. theoremate adduximus, profici potest.

THEOREM. ARIT.

Sumantur enim tres numeri continui proportionales, cuiuscunque denique proportionalitatis, qui in summam colligantur, ac postmodum, regula de tribus dicamus. Si summa hæc primo numero proposita in tres partes diuidendo respondet, cui respondebit vna ex tribus partibus huiusmodi idem dereliquis duabus partibus dico.

Exempli gratia, si proponatur numerus. 57. diuidendus in tres continuas partes proportionales proportione sesquialtera, tres numeros in eiusmodi proportionalitate distinctos sumemus, vt potest. 4. 6. 9. qui in summam collecti dabunt summam. 19. dicemusque; si. 19. dant. 4. quid dabit. 57? vnde proueniens vnus partis erit. 12. Tum si dicamus, si. 19. dat. 6. quid dabit. 57? nempe dabit. 18. Postremo, si. 19. dat. 9. quid dabit. 57? nempe. 26. atque ita dabitur. 18. cuius quadratum æquabitur producto reliquarum duarum partium inter se.

Quod vt sciamus, numerus propositus in tres quamlibet partes diuidendus significetur linea. a. d. tres autem numeri dictæ proportionalitatis, lineis. e. f. g. et. g. h. directè inter se coniunctis denotentur. Cogitemus pariter lineam. d. a. in tres partes diuisam. a. b. b. c. et. c. d. eadem cum cæteris proportionalitate, tunc eadem erit proportio. a. d. ad quamlibet suarum partium, quæ est. e. h. ad respondentem ipsius in. a. d. Verbi gratia respondentem. a. b. ipsi. e. f. et. b. c. f. g. et. c. d. g. h. Dico enim quòd ita se habebit. a. d. ad. c. d. sicut. e. h. ad. g. h. Nam cum sic se habeat. a. b. ad. b. c. sicut. e. f. ad. f. g. ex præsupposito, permutando sic se habebit. a. b. ad. e. f. sicut. b. c. ad. f. g. & eadem ratione sic se habebit. c. d. ad. g. h. sicut. b. c. ad. f. g. & consequen-

ter sicut. a. b. ad. e. f. ex quo ex. 13. quinti sic se habebit tota. a. d. ad totam. e. h. sicut. c. d.

ad. g. h. aut. b. c. ad. f. g. aut. a. b. ad. e. f. permutando itaque propositum manifestum erit, ipsum autem productum. a. b. in. c. b. æquale erit quadrato. b. c. ex. 15. sexti aut. 20. septimi.

THEOREMA LVI.

VESTERES aliud quoque problema indeterminatum proposuerunt, quod ex more ratione à me definietur, est autem eiusmodi.

Quomodo propositus numerus in tres eiusmodi partes diuidatur, vt quadratum vnus æquale fit summæ quadratorum reliquarum duarum partium.

Hoc vt efficiamus tria quadrata separata sumamus, quorum vnus æquale sit reliquis duobus; eorum autem radices in summam simul colligantur, tum regulam de tribus se quemur, ratione præcedenti theoremate demonstrata, & rectè vt infra docebimus,

quod autem dico de quadratis, etiam de cubis, & quibus dignitatibus a se.   
 <p>Exempli gratia, si numerus diuisibilis proponatur. 30. in tres eius modi partes diuisendus, ut quadratum unius æquale sit summæ quadratorum reliquarum duarum partium, in primis radices trium quadratorum sumemus, sic quomodocunque se habentes, ut maius ipsorum æquale sit summæ reliquorum duorum, verbi gratia. 25. 16. et 9. nempe. 5. 4. et 3. quæ si colligantur in summam efficiunt. 12. Tum ex regula de tribus dicemus, si. 12. respondet. 30: cui, 5. radix maior respondebit? nempe. 12. cum dimidio.</p>

<p>Deinde si dixerimus si. 12. valet. 30. quid valebit. 4. radix media? nempe valebit. 10. tertia autem minor. 7. cum dimidio. Itaque tota summa erit. 30. & quadratum.

<pb 36><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

tum. 12. cum dimidio erit. 155. quod æquale erit summæ quadratorum duarum partium, nempe. 100. cum. 55.</p>

<p>Hoc ut demonstremus, numerus diuisibilis propositus significetur linea. a. d. & summa radicum, nostro modo sumptarum, linea. e. h. quarum prima & maior sit. e. f. secunda. f. g. tertia. g. h. cogitemus etiam lineam. a. d. ea ratione diuisam esse qua. e. h. patebit enim ex modo præcedentis theorematis vnamquamque partium. a. d. ita se habituram ad suum totum sicut se habent singulæ. e. h. ad suum. Quod ideo dico, ut intelligamus rectè nos dicere. Si. e. h. dat. a. d. ergo. e. f. dabit. a. b. atque ita de cæteris. Quare permutando sic se habebit. a. b. ad. b. c. sicut. e. f. ad. f. g. idem dico de reliquis. Igitur ex. 18. sexti aut. 11. octavi, eadem erit proportio quadrati. a. b. ad quadratum. b. c. quæ quadrati. e. f. ad quadratum. f. g. tota enim sunt æqualia, cum eorum partes similes inter se sunt æquales. Idem dico de proportione quadrati. a. b. nempe ita se habere ad. c. d. sicut quadratum. e. f. ad quadratum. g. h. ex quo ex. 24. quinti proportio quadrati. a. b. ad summam quadratorum duarum partium. b. c. et. c. d. sic se habebit ut quadrati. e. f. ad summam quadratorum. f. g. et. g. h. At quadratum. e. f. æquale

<fig>

est summæ quadratorum. f. g. et. g. h. igitur sic etiam se habebit quadratum. a. b. nempe æquale quadratis. b. c. et. c. g. Idem de cæteris dignitatibus dices, vterisque; 21. theoremate huius libri. </p>

<h>THEOREMA LVII.</h>

<p>SIMILIS quoque problema ab antiquis indeterminatum proponitur, quod eius modi est.</p>

<p>An numerus aliquis in tres eius modi partes diuisi potest, ut quadratum unius æquale sit summæ quadratorum cæterarum duarum partium simul cum producto unius in alteram.</p>

<p>Exempli gratia, si proponatur numerus. 50. ut iam dictum est diuisendus, reperiendus erit alius quilibet numerus, qui tamen summa sit trium radicum sic se habentium, ut quadratum unius æquale sit summæ quadratorum duarum partium simul cum producto unius in alteram, eum autem qui primò occurrit sumamus, utpotè. 30. qui summa est numerorum. 6. 10. 14. partium sic se habentium, ut quadratum ipsius. 14. æquale sit summæ quadratorum cæterarum partium simul cum producto unius in alteram, agamusque ue regula de tribus, ac dicamus, si. 30. valet. 50. quid valebit. 14. nempe. 23. cum tertia parte. Idem efficiemus in cæteris partibus, quarum una erit. 16. cum duabus tertijs, altera verò. 10. abque ractis, ex quo quadratum primæ erit. 544. cum. 4. nonis, secundæ. 277. cum septem nonis, tertiæ. 100. & productum secundæ in tertiam. 166. cum. 6. nonis, quod productum, cum quadratis secundæ & tertiæ collectum erit. 544. cum. 4. nonis.</p>

<p>Huius rei speculatio eadem est, quæ fuit præcedentis theorematis viquequo noveris eandem proportionem esse quadrati. a. b. ad summam quadratorum. b. c. et. c. d. quæ quadrati. e. f. ad summam quadratorum. f. g. et. g. h. Sed cum hic non demus quadratum. e. f. æquale summæ quadratorum. f. g. et. g. h. fed maius ex producto. g. h. in. f. g. aut quod idem est, è contrario, subsequentes figuræ cogitandæ erunt, quarum. i. sit quadratum. a. b: l. sit quadratum. e. f: x. quadratum. b. c: y. quadratum. f. g: p. quadratum. c. d: q. quadratum. g. h: k. sit productum. b. c. in. c. d: m. sit productum. f.



<pb 37><rh>THEOREM. ARITH.</rh>

g. in. g. h. Nunc ex speculatione præcedentis theorematis, eadem erit proportio. n. t. ad. o. u. quæ eſt. n. s. ad. o. r. quare productum. k. ex definitione ſimile erit

<fig>

producto. m. cum vtraque ſint rectangula, vnde proportio. k. ad. m. ad proportionem. n. t. ad. o. u. ex. 18. ſexti dupla erit. Igitur proportio. k. ad. m. æqualis erit proportioni. x. ad. y. et. p. ad. q. et. i. ad. l. & permutando ſic ſe habebit. k. ad. i. ſicut. m. ad. l. ſed. x. p. ad. i. ſic ſe habere probatum eſt vt. y. q. ad. l.

<fig>

Quare ex eadem. 24. quinti ſic ſe habebit. x. p. k. ad. i. ſicut. y. q. m. ad. l. ſed. y. q. m. æqualis eſt. l. Itaque. x. p. k. pariter. i. æqualis erit.</p>

<h>THEOREMA LVIII.</h>

<p>ALIVD quoque problema, nec tamen definitum, veteres propoſuerunt, nempe an aliquis numerus in. 4. eiuſmodi partes diuidi poſſit, vt ſumma quadratorum duarum partium dupla ſit ſummæ quadratorum reliquarum duarum.</p>

<p>Verum huius effectio & ſpeculatio non erit difficilis, cū ſit eadem quæ præmiſſis proximè duobus theorematibus allata fuit, ſumpta nempe ſumma radicum quarum cunque ſic ſe habentium, prout dictum fuit. Verbigratia. 44. cuius partes erunt. 16. 12. 14. 2. tūc progrediemur regula de tribus dicentes. Si. 44 numerum propoſitum valet, quid. 16. pars maior? nempe valebit partem maiorem numeri propoſiti reſpondentem. 16. idem de cæteris dico.</p>

<p>Porro ſpeculatio eadem eſt cum ſuperioribus.</p>

<h>THEOREMA LIX.</h>

<p>CVR diuidens propoſitum numerum in duas eiuſmodi partes, vt productum radicum quadratarum ipſarum partium æquale ſit alteri numero propoſito, cuius tamē quadratum maius nō ſit quadrato dimidij primi numeri propoſiti. Rectè ſecundum numerum propoſitum in ſeipſum multiplicat, & eundē ex quadrato dimidij primi detrahit, reſiduiq; quadratam radicem ſubtrahit ex dimidio ipſius primi, ex quo datur minor pars quæſita, quæ ipſi dimidio coniuncta, maior pars habetur.</p>

<p>Exempli gratia, ſi proponatur numerus, 20. propoſito modo, in duas partes eiuſmodi diuidendus, vt productum radicum æquale ſit (verbigratia) 8. Dimidium priminumeri in ſeipſum multiplicabimus, cuius quadratum erit. 100. ex quo quadratum ſecundi numeri, nempe. 64. detrahemus, remanebitq; . 36. cuius radice quadrata coniuncta. 10. dimidio inquam primi numeri propoſiti, dabitur numerus. 16. pars maior, & ſubtracta à dimidio, dabitur minor pars, nempe. 4.</p>

<pb 38><rh>IO. BAPT. BENED.</rh>

<p>Hoc vt demonſtremus, primus nu-

<fig>

merus linea. a. b. ſignificetur, quam diuiſam cogitemus in puncto. c. in partes quæſitas, ex quo præſupponitur duas lineas. a. c. et. c. b. duo quadrata eſſe, quæ in altera figura ſignificetur per. d. et. e. productum autem radicum cognitum.

f. quandoquidem datum eſt, cuius quadratum æquale erit producto quadra-

torum. d. e. adinucem, nempe. b. c. in. a. c. ex. 19. theoremate huius. Quod verbi gratia ſit. x. itaq; cognitum, quo facto, doctrinam. 45. theorematis libri huius ſecuti,

propositum consequemur.

#### THEOREMA LX.

CVR productum differentiarum duarum radicum in summam ipsarum, semper differentia sit quadratorum ipsarum radicum.

Exempli gratia, quoslibet duos numeros pro radicibus sumperimus, ut potest. 3. et 5. quorum differentia est 2. certe si differentiam hanc per summam radicum scilicet. 8. multiplicauerimus, dabitur numerus. 16. quod productum differentia est suorum quadratorum, nempe inter. 9. et 25.

Hoc ut speculemur, duæ radices in linea. n. i. significantur, quarum una sit. n. c. & altera. c. i. ipsarum autem differentia. n. t. ex quo. t. c. æqualis erit. c. i. Tum cogitato toto quadrato. d. i.

<fig>

cum diametro. d. i. ducta parallela lateri. n. d. à puncto. c. & altera à puncto. t. & à puncto. o. tertia ipsi. n. i. & à puncto. a. quarta. x. a. e. parallela ipsi. o. inueniemus. b. n. productum esse differentiarum. n. t. in summa radicum. n. i. & cum. d. o. et. a. o. sint quadrata radicum prædictarum: b. e. æquale erit. n. u. cum vtrunque horum productorum æquale sit. x. u. ex quo gnomon. e. d. u. æqualis erit producto. b. n. quod scire cupiebamus.

#### THEOREMA LXI.

CVR propositum aliquem numerum diuisuri in duas eiusmodi partes, ut differentia radicum quadratarum æqualis sit alteri numero proposito, cuius tamen quadratum dimidij primi quadratum non excedat. Recte secundum numerum in seipsum multiplicat, productum verò ex primo numero detrahunt, rursum; dimidium residui quadrant, & quadratum hoc ex quadrato dimidij primi subtrahunt, atque ita radice quadrata residui, dimidio primi coniuncta, pars maior datur, qua ex ipso dimidio detracta, pars minor relinquitur.

Exempli gratia, proposito numero. 20. ita ut propositum est, diuidendo, nempe ut differentia radicum quadratarum dictarum partium æqualis sit binario, binarium hoc in seipsum multiplicabimus, cuius quadratum. 4. è primo numero. 20. de